

Blatt 9

Prof. Dr. N-P. Skoruppa und Dr. Jan Fricke
 w3.countnumber.de

Abgabe: Mo, 16. Juni 08

Aufgabe 1. Implementieren Sie in SAGE eine Funktion `findU(v)`, die für einen ganzzahligen primitiven Vektor v eine Matrix U aus $GL(n, \mathbb{Z})$ zurückgibt, deren erste Zeile gerade v ist.

Aufgabe 2. Gibt es eine Zahl $n > 1$, sodass man n Kanonenkugeln sowohl in einem Quadrat auslegen kann (s. Abb. 1) als auch in Form einer vollständigen Pyramide mit quadratischer Grundfläche aufschichten kann (s. Abb. 2)? (Hinweis: Formulieren Sie das Problem als diophantische Gleichung. Entscheiden Sie mittels SAGE, ob es Lösungen gibt.)

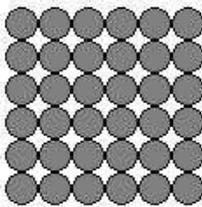


Abb. 1: Als Quadrat und ...

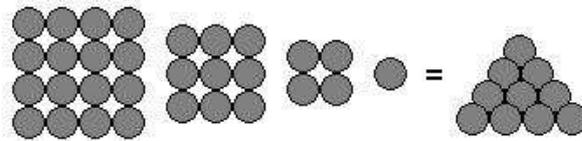


Abb. 2: als Pyramide

Aufgabe 3. Man zeige, dass jeder ungerade Primteiler einer Zahl der Form $n^2 + 1$ die Form $4k + 1$ hat. Daraus folgere man, dass es unendlich viele Primzahlen der Form $4k + 1$ gibt.

Aufgabe 4. Man zeige: Das Dirichletsche Produkt $f \star g$ zweier total multiplikativer Funktionen f und g ist genau dann total multiplikativ, wenn $f(p) = 0$ oder $g(p) = 0$ für jede Primzahl p gilt.