

Blatt 8

Prof. Dr. N-P. Skoruppa und Dr. Jan Fricke
w3.countnumber.de

Abgabe: Mo, 9. Juni 08

Aufgabe 1. Implementieren Sie in SAGE den Lucas-Lehmer Test so, dass Sie damit M_p für $p \leq 10^6$ testen können. Wieviele Stellen hat M_{999983} ?

Aufgabe 2. Wieviele Dezimalstellen hat F_{10} ? Bestimmen Sie die beiden kleinsten Primteiler von F_{10} .

Aufgabe 3. Es sei $p \equiv 3 \pmod{4}$ eine Primzahl und $q = 2p + 1$ ebenfalls eine Primzahl. Man zeige, dass q ein Teiler von M_p ist.

Hinweis: Man verwende und zeige, dass 2 ein quadratischer Rest modulo q ist.

Aufgabe 4. Man zeige, dass die Fermat-Zahlen $F_n = 2^{2^n} + 1$ paarweise teilerfremd sind.

Aufgabe 5. (Zusatzaufgabe) Man finde eine stark multiplikative arithmetische Funktion f mit den Eigenschaften

1. $f(n) \in \{+1, -1\}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und
2. keine drei aufeinanderfolgende Werte von f sind gleich.