

Blatt 10

Prof. Dr. N-P. Skoruppa und Dr. Jan Fricke Abgabe: Mo, 23. Juni 08
w3.countnumber.de

Aufgabe 1. Parametrisieren Sie die rationalen Lösungen der Gleichung

$$x^2 + xy + 2y^2 = 1.$$

Aufgabe 2. Bestimmen Sie eine nichttriviale Lösung in ganzen Zahlen der Gleichung

$$4826195531x^2 = 1737402018y^2 + 35753z^2.$$

Hinweis: Wegen des Umfangs dieser Aufgabe zählt sie für 2 Aufgaben.

Aufgabe 3. Archimedes von Syrakus forderte vor über 2200 Jahren Eratosthenes von von Kyrene in einem Brief mit einer mathematischen Aufgabe heraus. (Siehe Text auf der zweiten Seite.) Bestimmen Sie alle Anzahlen von Rindern, die die angegebenen Bedingungen erfüllen.

Sage, Freund, mir genau die Zahl von HELIOS' Rindern.
Sorgsam rechne mir aus, wenn dir Weisheit nicht fremd,

Wieviel deren es waren, die auf der Insel Sizilien
Fluren weideten einst, vierfach in Herden geteilt.

Jede Herde war anders gefärbt; die erste war milchweiss,
Aber die zweite erglänzt' von ganz dunkeltem Schwarz.

Braun war die dritte sodann, die vierte scheckig gemustert,
Stiere und Kühe gemischt, jede von anderer Zahl.

Mit der Anzahl der Stiere verhielt es sich also: die weissen
Glichen den Braunen an Zahl und noch dem dritten Teil

Samt der Hälfte der Schwarzen, o Freund, zusammengenommen.
Weiter der schwarzen Meng' war gleich dem vierten Teil

Und dem fünften der scheck'gen, vermehrt um sämtliche braune.
Endlich der scheckigen Stier' Zahl gleichsetzen du musst,

Freund, dem sechsten und auch dem siebten Teile der weissen,
Noch gerechnet dazu sämtlicher braunen Meng'.

Anders verhielt sich's jedoch mit den weiblichen Rindern: es wa-
ren

Die mit weisslichem Haar gleich dem dritten Teil

Und dem vierten der schwärzlichen Rinder, der Kühe wie Stiere.
Ferner die schwarzen Küh' waren dem vierten Teil

Und dem fünften der Herde der scheckigen gleich, wenn gerechnet
Wurden sowohl die Küh' als auch die Stiere dazu.

Ebenso waren die scheckigen Küh' ein Fünftel und Sechstel
Aller mit braunem Haar, wenn zur Weide es ging.

Endlich die braunen Küh' ein Sechstel waren auch Siebtel
Von der gesamten Herd', welcher weisslich das Haar.

Kannst du sagen genau, mein Freund, wie viele der Rinder
Dort nun waren vereint, auch wie viele es gab

Kühe von jeder Farb' und wohlgenährte Stiere,
Dann recht tüchtig fürwahr nennet im Rechnen man dich.