

Blatt 9

Prof. Dr. N-P. Skoruppa und C. Math. L. Fischer Abgabe: Mo 25-06-2007

Für jede richtig gelöste Aufgabe werden 4 Punkte vergeben.

Aufgabe 1. Es bezeichnen $C_1, C_2 \subset \mathbb{C}^2$ die durch die folgenden Gleichungen beschriebenen affinen Kurven:

$$C_1 : x^2 + y^2 = 1 \quad C_2 : x^2 + y^2 = 5x.$$

Berechnen Sie den Durchschnitt $\overline{C}_1 \cap \overline{C}_2$ ihrer projektiven Abschlüsse.

Aufgabe 2. Es bezeichne $E \subset \overline{\mathbb{F}}_{17}^2$ die Kurve $E : y^2 = x(x^2 - 1)$. Bestimmen Sie die Ordnung des Punktes $(5, 1) \in E$.

Aufgabe 3. Sind 7 und 23 Kongruenzzahlen¹ ?

Aufgabe 4. Bestimmen Sie die Menge L aller Lösungen $(x, y) \in \mathbb{F}_5^2$ der Kurve $E : y^2 = x^3 + x$ und berechnen Sie für jedes Paar $P, Q \in L$ die Summe $P + Q \in \overline{E}$.

Aufgabe 5. Bestimmen Sie alle rationalen Lösungen (x, y) der Gleichung $y^2 = x(x - 1)^2$.

¹Sie dürfen PARI/GP ohne Einschränkung benutzen: Sehen Sie sich auf der Seite <http://wotan.algebra.math.uni-siegen.de/~countnumber/parigp-ref/> den Abschnitt *Functions related to elliptic curves* an