

**Blatt 9**

Prof. Dr. N-P. Skoruppa und C. Math. L. Fischer Abgabe: Mo 25-06-2007

Für jede richtig gelöste Aufgabe werden 4 Punkte vergeben.

**Aufgabe 1.** Es bezeichnen  $C_1, C_2 \subset \mathbb{C}^2$  die durch die folgenden Gleichungen beschriebenen affinen Kurven:

$$C_1 : x^2 + y^2 = 1 \quad C_2 : x^2 + y^2 = 5x.$$

Berechnen Sie den Durchschnitt  $\overline{C}_1 \cap \overline{C}_2$  ihrer projektiven Abschlüsse.

**Aufgabe 2.** Es bezeichne  $E \subset \overline{\mathbb{F}}_{17}^2$  die Kurve  $E : y^2 = x(x^2 - 1)$ . Bestimmen Sie die Ordnung des Punktes  $(5, 1) \in E$ .

**Aufgabe 3.** Sind 7 und 23 Kongruenzzahlen<sup>1</sup> ?

**Aufgabe 4.** Bestimmen Sie die Menge  $L$  aller Lösungen  $(x, y) \in \mathbb{F}_5^2$  der Kurve  $E : y^2 = x^3 + x$  und berechnen Sie für jedes Paar  $P, Q \in L$  die Summe  $P + Q \in \overline{E}$ .

**Aufgabe 5.** Bestimmen Sie alle rationalen Lösungen  $(x, y)$  der Gleichung  $y^2 = x(x - 1)^2$ .

---

<sup>1</sup>Sie dürfen PARI/GP ohne Einschränkung benutzen: Sehen Sie sich auf der Seite <http://wotan.algebra.math.uni-siegen.de/~countnumber/pari-gp-ref/> den Abschnitt *Functions related to elliptic curves* an