

## Blatt 8

Prof. Dr. N-P. Skoruppa und C. Math. L. Fischer Abgabe: Mo 18-06-2007

---

Für jede richtig gelöste Aufgabe werden 4 Punkte vergeben.

**Aufgabe 1.** Sei  $F(X, Y)$  ein Polynome vom Grad  $\leq 2$  mit rationalen Koeffizienten. Zeigen Sie: Es gibt eine invertierbare  $2 \times 2$ -Matrix mit rationalen Einträgen und rationale Zahlen  $x_0, y_0, a, b, c$ , sodass  $F((x + x_0, y + y_0)A) = ax^2 + by^2 + c$  oder  $F((x + x_0, y + y_0)A) = ax^2 + by + c$ .

**Aufgabe 2.** Bestimmen Sie die rationalen Lösungen  $x, y$  der Gleichung

$$x^2 - 5y^2 = 1.$$

**Aufgabe 3.** Schreiben Sie für Ihr CAS eine Funktion `solveEQ(a, b, c)`, die zu paarweise teilerfremden quadratfreien ganzen Zahlen  $a, b, c > 0$  eine nicht-triviale Lösung  $[x, y]$  der Gleichung  $ax^2 + by^2 = cz^2$  zurückgibt, falls eine solche existiert (und etwa  $[0, 0]$  zurückgibt, falls eine solche nicht existiert).

**Aufgabe 4.** Finden Sie eine Formel für die Anzahl der Punkte der projektiven Geraden über  $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ .