

Blatt 5

Prof. Dr. N-P. Skoruppa und C. Math. L. Fischer Abgabe: Mo, 21-05-2007

Für jede richtig gelöste Aufgabe werden 4 Punkte vergeben.

Aufgabe 1. Zeigen Sie: $(\mathbb{Z}/2^n\mathbb{Z})^*$ ist genau dann zyklisch, wenn $n = 0, 1, 2$.

Aufgabe 2. Beweisen Sie die folgende Aussage: Zu jeder ungeraden Zahl a und jeder Zahl $n \geq 1$ gibt es eine ganze Zahl x , sodass $a \equiv \pm 5^x \pmod{2^n}$.

Aufgabe 3. Schreiben Sie für Ihr CAS eine Funktion `my_ord(a,m)`, die für eine ganze Zahl $m \neq 0$ und zu m teilerfremden a die Ordnung von a modulo m zurückgibt. Bestimmen Sie mittels Ihrer Funktion sodann für alle primen Restklassen modulo 720 die Ordnung modulo 720.

Aufgabe 4. Finden Sie alle Darstellungen von 3058329193 als Summe zweier positiver Quadratzahlen.

Aufgabe 5. Sei p eine Primzahl. Beweisen Sie, dass zu jeder Abbildung $f : \mathbb{Z}/p\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ ein Polynom $g(x)$ mit ganzzahligen Koeffizienten und vom Grad $< p$ existiert, sodass $f(a + p\mathbb{Z}) = g(a + p\mathbb{Z})$ für alle ganzen a gilt.