

## Blatt 3

Prof. Dr. N-P. Skoruppa und C. Math. L. Fischer Abgabe: Mo, 30-04-2007

---

Für jede richtig gelöste Aufgabe werden 4 Punkte vergeben.

**Aufgabe 1.** Für die natürliche Zahl  $m \geq 1$  gelte die folgende Aussage:

$$\forall k \not\equiv 0 \pmod{m} \forall a, b (ka \equiv kb \pmod{m} \implies a \equiv b \pmod{m}).$$

Zeigen Sie:  $m$  ist eine Primzahl.

**Aufgabe 2.** Auf dem Formular für Bücherbestellungen ist die ISBN-Nummer<sup>1</sup> 0-51014-925-7 an der vierten Stelle unleserlich. Um welches Buch handelt es sich ?

**Aufgabe 3.** Eine siebzehn-köpfige Piratenbande hat einen Eimer mit Golddukaten ergattert. Sie entscheiden, diese zu gleichen Teilen unter sich aufzuteilen und den Rest dem achtzehnten Mannschaftsmitglied, dem chinesischen Koch, zu geben. Er bekäme dann 3 der Golddukaten. Allerdings streiten sich die Piraten und sechs unter ihnen überleben den Streit nicht. Die verbleibenden Piraten entscheiden, die Beute, wie schon zuvor geplant, zu gleichen Teilen unter sich aufzuteilen und dem Koch den Rest zu geben; er bekäme jetzt 4 Golddukaten. Bevor sie allerdings aufteilen können, kentert das Schiff und nur der Koch, sechs Piraten und der erbeutete Eimer mit allen Golddukaten wird gerettet. Eine Aufteilung nach dem schon erwähnten Prinzip ergäbe nun 5 Golddukaten für den Koch. Was ist die minimale Anzahl von Golddukaten, auf die der Koch hoffen kann, wenn er die letzten sechs Piraten vergiftet ?

**Aufgabe 4.** Finden Sie alle Lösungen modulo 55 der Kongruenz

$$x^2 + 25x + 1 \equiv 0 \pmod{55}.$$

**Aufgabe 5.** Schreiben Sie in Ihrem CAS eine Funktion `count(p)`, die für eine Primzahl  $p$  als Input die Anzahl  $N(p)$  der Lösungen modulo  $p$  der Kongruenz  $x^2 + xy + y^2 \equiv 0 \pmod{p}$  zurückgibt. Tabellieren Sie die Werte  $N(p)$  für alle  $p \leq 100$ . Formulieren Sie eine Vermutung, wie eine allgemeine Formel für  $N(p)$  aussehen könnte.

---

<sup>1</sup>International Standard Book Number