Blatt 2

Prof. Dr. N-P. Skoruppa und C. Math. L. Fischer Abgabe: Mo, 23-04-2007

Aufgabe 1. (4 Pkte) Leiten Sie eine obere Schranke für die Anzahl der euklidischen Divisionen bei der Berechnung des g.g.T. zweier Zahlen a und b nach dem in der Vorlesung beschriebenen Verfahren der sukzessiven Division als Funktion von $\max(\log|a|, \log|b|)$ ab.

Aufgabe 2. (4 Pkte) Implementieren Sie das in der Vorlesung beschrieben Verfahren zu Berechnung des g.g.T. zweier Zahlen in Ihrem CAS, sodass gleichzeitig mit dem g.g.T. auch die Anzahl der benötigten euklidischen Divisionen gezählt wird. Benutzen Sie Ihre Implementierung, um die nachstehende Tabelle um mindestens 10 weitere Einträge mit monoton wachsenden Einträgen in der dritten Spalte zu ergänzen.

a	b	$\lfloor \max(\log a, \log b)/\log 10 \rfloor$	Anz. euklid. Div.
91	84	1	2

Aufgabe 3. (4 Pkte) Bestimmen Sie eine Lösung $(x, y, z, w) \in \mathbb{Z}^4$ der Gleichung

$$1020304x + 4010203y + 3040102z + 2030401w = 1$$

mit $xyzw \neq 0$.

Aufgabe 4. Beweisen Sie die folgende Identität zwischen $\mathbb{Z}$-Idealen:

$$a_1\mathbb{Z} \cap a_2\mathbb{Z} \cap \cdots \cap a_n\mathbb{Z} = k.g.V.(a_1, a_2, \ldots, a_n).$$

Aufgabe 5. (4 Pkte) Beweisen Sie, dass $k.g.V, (a, b) \cdot g.g.T.(a, b) = ab$. Zeigen Sie, dass die entsprechende Identität für mehr als zwei Zahlen i.A. falsch ist.