

Blatt 1

Prof. Dr. N-P. Skoruppa und C. Math. L. Fischer Abgabe: Mo,16-04-2007

Hinweis: Haben Sie Fragen zu den Aufgaben, so können Sie sich per Email an Herrn Fischer wenden.

Aufgabe 1. (4 Pte) Für eine natürliche Zahl n bezeichnet $\sigma(n)$ die Anzahl der Teiler von n .

1. Zeigen Sie: Ist p ein Primteiler von n , so ist $\sigma(n) = (t + 1)\sigma(n/p^t)$, wo p^t die höchste in n aufgehende Potenz von p ist.
2. Benutzen Sie diese Formel für eine Implementierung `mysigma(n)` der Funktion $\sigma(n)$ mittels Rekursion in das CAS¹ Ihrer Wahl.
3. Benutzen Sie nun Ihre Funktion `mysigma(n)`, um die kleinste natürlichste Zahl mit genau 60 Teilern zu finden. Gibt es unendlich viele Zahlen mit genau 60 Teilern?
4. Welche Zahl(en) mit weniger als 4 Stellen haben die meisten Teiler.

Aufgabe 2. (2 Pte) Beweisen Sie, dass jede Primzahl p die Binomialkoeffizienten $\binom{p}{n}$ mit $0 < n < p$ teilt.

Aufgabe 3. (2 Pte) Implementieren Sie in Ihrem CAS die Funktion $\pi(x)$ und berechnen Sie $\pi(x)$ für $x = 10, 100, 1000, 10\,000, 100\,000, 1\,000\,000$. (Bitte den Programmcode mit abgeben).

¹Computer Algebra System