Konstr. von Basen für $S_k(\Gamma)$, $J_{k,m}$ — (1) Den Beitrag zur Lösung, den ich hier vorstellen möchte, beginnt sofort mit Periodenmodul ⟶ (1)

Weiter $\Gamma = \Gamma_0(m)$

$\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ op. auf $\mathbb{C}[X,Y]_{k-2}$ und $\mathbb{Z}[\mathbb{P}^1(\mathbb{Q})]$: $(A\cdot P)(X,Y) := P(A^{-1}\binom{X}{Y})$

$A \sum n_s(s) := \sum n_s(As)$

ex. Sequenz

$$0 \longrightarrow V_k \xrightarrow{i} W_k := \mathbb{C}[X,Y]_{k-2} \otimes \mathbb{Z}[\mathbb{P}^1(\mathbb{Q})] \xrightarrow{\deg} \mathbb{C}[X,Y]_{k-2} \longrightarrow 0$$

$$\sum P_s \otimes s \longmapsto \sum P_s$$

<u>Def</u> $Co_k(\Gamma) := \operatorname{Kern}\left(H_0(\Gamma, V_k) \xrightarrow{i_*} H_0(\Gamma, W_k)\right)$.

$g = \begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix} : V_k \circlearrowleft$ induz. Inv. $g_* : Co_k(\Gamma)\circlearrowleft$

$Co_k(\Gamma)^{\pm} = \pm$ Eigenraum von g_*

Hecke-Operatoren auf $Co_k(\Gamma)^{\pm}$:

$$T(\ell)[Z] := \ell^{k-2} \sum_{M \in \Gamma\backslash \mathcal{M}(\ell)} [MZ] \qquad (\ell = 1, 2, \dots)$$

<u>Satz</u> Es gibt perf. Paarung zw. $\tilde{S}_k(\Gamma) := S_k(\Gamma) \oplus \overline{S_k(\Gamma)}$ und $Co_k(\Gamma)$.
Dabei gilt: $(F, \sigma) \longmapsto \int^{\sigma} F$

$$\cancel{\int^{P \otimes r - s} (f, g) = \int_r^s P(\tau, 1) f(\tau)\, d\tau + \overline{P(\bar\tau, 1) g(\tau)}\, d\bar\tau}.$$

Ferner $\int^{T(\ell)\sigma} F = \int^{\sigma} T(\ell) F$. $\left(\dfrac{k=2}{}, f \in S_2(\Gamma): \int^{(r)-(s)} f = \int_r^s f(\tau)\, d\tau\right)$

~~Also ist $Co_k(\Gamma)^{\pm}$ isomorph als Hecke-Modul zu $\tilde{S}_k(\Gamma)$. Wollen also noch Dualraum, daher führen wir eine sich aufdrängende Paarung auf $Co_k(\Gamma)$ ein!~~ (2)

<u>Folg.</u> $F = (f, g) \longmapsto \sigma_F$ def. $\tilde{S}_k(\Gamma) \xrightarrow{\cong} Co_k(\Gamma)$; dabei

$$\int^{\sigma_F} (f', g') = \iint_{\Gamma\backslash\mathfrak{H}} (f g' + g f')\, v^{k-2}\, du\, dv \quad \Psi(f', g').$$

<u>Def.</u> $\varrho, \sigma \in Co_k(\Gamma)$, dann

$$\varrho \#_{\Gamma} \sigma := \int^{\varrho} F, \text{ wo } \sigma = \sigma_F.$$