Zimmert:

partielle Zetafunktion:

$$\zeta(s,C) = \sum_{\substack{\mathfrak{a}\in C \\ \mathfrak{a} \text{ ganz}}} N(\mathfrak{a})^{-s} \qquad (C \text{ Idealklasse von } k)$$

(*) abs. konv. $s>1$, Forts. nach $\mathbb{C}$, Pol bei $s=1$

$$\zeta^*(s,C) = \left(\frac{|d_k|^{1/2}}{2^{r_2}\pi^{[k:\mathbb{Q}]/2}}\right)^s \Gamma\left(\tfrac{s}{2}\right)^{r_1}\Gamma(s)^{r_2}\,\zeta(s,C)$$

$$= \zeta^*(1-s, C^{-1})$$

$$\mathrm{Res}_{s=1}\, \zeta^*(s,C) = 2^{r_1}\frac{R}{w}$$

$$\zeta^*(s,C) = \int_0^\infty f_C(t)\, t^s \frac{dt}{t}$$ ~~Mellin-Transf. von~~ $$\sum_{\substack{\alpha\in C \\ \alpha \text{ ganz}}} \varphi\left(\frac{N(\alpha)}{|d_k|^{1/2}}\, t\right) = f_C(t)$$

$\varphi(t) \xrightarrow[\text{exp.}]{} 0 \quad t\to\infty, \quad \varphi(t) > 0$

φ hängt nur von Signatur von k ab

(*) äquiv. zu $\left(\frac{R}{w} + f_C(t)\right)t = \frac{R}{w} + f_{C^{-1}}(t^{-1})$