~~Valenzformel für $\Gamma_0(2)$~~

Spitzen von $\Gamma_0(2)$: $\quad r = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ $((p,q)=1)$. Ist $2|q$, so $\left(\frac{p}{q}\right) = \begin{pmatrix} p & * \\ q & * \end{pmatrix}\infty$,

ist $2 \nmid q$ so $\frac{p}{q} = \begin{pmatrix} * & p \\ 2* & q \end{pmatrix}\infty$,

also gibt es 2 Spitzen, repräs. durch ∞, 0. $[P\Gamma : P\Gamma_0(2)_0] = 2$

Ist $f \in M_k(\Gamma)$, so hat f bei 0 stets eine Entw. der Gestalt $f = \sum_{n \geq 0} a_n q^{n/2}$, ~~da ...~~

ellipt. Fixpunkte von $\Gamma_0(2)$:

$e = \frac{i-1}{2}$ $\quad P\Gamma_0(2)_{\frac{i-1}{2}} = \left\langle \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ mit Ordnung 2.

Valenzformel

$$2\,\mathrm{ord}_0 f + \frac{1}{2}\,\mathrm{ord}_e f + \mathrm{ord}_\infty f + \sum_{\substack{\tau \in \Gamma_0(2)\backslash\mathfrak{H} \\ \tau \not\equiv e \bmod \Gamma_0(2)}} \mathrm{ord}_\tau f = \frac{k}{4}.$$

Folgerungen:

1.)

k	0	2
$\dim M_k(\Gamma_0(2))$	1	1
Basis	$\mathbb{C}$	$\mathbb{C}\,\delta$
Bem		$\delta(\frac{i-1}{2}) = 0$

und: $M_2(\Gamma_0(2)) \to \mathbb{C}$, $f \mapsto f(\frac{i-1}{2})$ ist Bijektion

2.) $\sigma(0) = \sigma(\infty) = 0$ und hier $k = 8$, aber $\sigma(\tau) \neq 0$ für alle $\tau \in \mathfrak{H}$ und σ hat bei 0 eine Fourierentw. der Gestalt $q^{1/2} + O(q)$

bei ∞ $\quad q + O(q)$.

Hieraus folgt:

Lemma $\quad M_k(\Gamma_0(2)) \xrightarrow{\times\sigma} M^{cusp}_{k+8}(\Gamma_0(2))$ ein Isomorphismus.

~~Induktiv folgt hieraus~~

3.) $\delta(0) \neq 0$ $\quad \delta(\infty) = -\frac{1}{8}$

$\varepsilon(0) \neq 0$ $\quad \varepsilon(\infty) = 0$