$f \in S_k(\Gamma_2)$: Maass

de Jacobi

1) $a_f(Q) \ll_{\varepsilon, F} (\det T)^{k/2 - 1/2 + \varepsilon}$ $(\varepsilon > 0)$

(optimal)

$f \in S_k^?(\Gamma_2)$:

conj. : $\ll (\det T)^{k/2 - 3/4 + \varepsilon}$ $(\varepsilon > 0)$ (Fomenko)

---

alors :

$$a_f(T) \ll_{\varepsilon, F} (\det T)^{k/2 - 13/36 + \varepsilon}$$

Ramanujan-Petersson $\Leftrightarrow$ $\lambda(n) \ll_\varepsilon n^{k - 3/2 + \varepsilon}$ $(\varepsilon > 0)$

Maass-space : $\lambda_n \ll_\varepsilon n^{k-1+\varepsilon}$ (optimal)

Duke-Rome-Li (92) : $\lambda_n \ll_\varepsilon n^{k-1+\varepsilon}$ $(\square \nmid n)$

$$H_k(\Gamma) = \mathbb{Q}_k \oplus H_k(\Gamma_1) \oplus H_{2k-2}(\Gamma_1) \oplus H_k^?(\Gamma_2)$$

$\mathbb{Q}_k$: Eisen

algèbre engendrée par $T(\ell)$ $(\ell \geq 1, 2, 3)$ sur $\mathbb{Q}$

$H_k(\Gamma_1)$: Klin

$H_{2k-2}(\Gamma_1)$: Maass

$H_k^?(\Gamma_2)$: semi-simple commutative