Connection avec $L(f,s)$?

Th. (Kohnen / Gritsenko)

$D_{f,g}(s) = \langle f_1, g_1 \rangle L(f,s)$ si $\begin{cases} f \text{ fpH} \\ g \in V S_{k,1}(\Gamma_1) \end{cases}$

? $\forall$ fpH $\in S_k^{?}(\Gamma_1)$; $D_{f,f}(s)$ se comporte comme une fonct. L d'Andrianov ?
mais pôle, donc $\neq Z(f,s)$?

Croissance Soit $f \in S_k(\Gamma_2)$ fpH

Espérance : $\lambda(n) \ll_{\varepsilon, f} n^{k-3/2+\varepsilon}$ $(\varepsilon > 0)$ pour $f \in S_k^{?}(\Gamma_2)$

On sait :

1) $f \in V J_{k,1}(\Gamma_1)$: $\lambda(n) \ll_{\varepsilon, f} n^{k-1+\varepsilon}$ (optimal)

2) $\forall$ autre f : $\lambda(n) \ll_{\varepsilon, f} n^{k-1+\varepsilon}$ $(\square \nmid n)$
(Duke–Howe–Li 1992)