<u>Corollaire</u> : Il ~~existe $S_k^?(\Gamma_2)$ t.q.~~ Il ex. $S_k^?(\Gamma_2) \subseteq S_k(\Gamma_2)$ (sous-esp. stable sous tous $T(p)$)
t.q. $S_k(\Gamma_2) = V\mathfrak{J}_{k,1}(\Gamma_1) \oplus S_k^?(\Gamma_2)$

<u>Théorème</u> (Evdokimov – Oda)
$f \in S_k(\Gamma_2)$ f p H. Alors
$L(f,s)$ holomorphe ssi $f \notin V S_{k,1}(\Gamma)$

<u>Corollaire</u> $S_k^?(\Gamma_2)$ unique
$\left(= \bigoplus_{\substack{f \text{ fpH} \\ L(f,s) \text{ holom.}}} \mathbb{C} f \right)$

Donne une réponse à 1) ~~#~~ 3)
2) : Multipl. 1 pour $V\mathfrak{J}_{k,1}(\Gamma_1) \oplus \ker f_k$
pour $S_k^?(\Gamma_2)$ <u>ouvert</u>.
6) fausse pour $V\mathfrak{J}_{k,1}(\Gamma_1) \oplus k S_k$
Espérance : vrai pour $S_k^?(\Gamma_2)$
(une rumeur : Weissauer a démontré des rés. en cette direction)

Pour 4)

<u>Formules nouvelles pour $L(f,s)$</u>

<u>Th</u> (Kohnen – ?)
Soient $f = \sum f_m q^m$, $g = \sum g_m q^m \in S_k(\Gamma_2)$, alors
$D_{f,g}(s) = \sum \frac{\langle f_m, g_m \rangle}{m^s} \zeta(2s-2k+4)$ converge absol. $\Re(s) \gg 0$
se prolonge analytiquement à une fonct holom. dans $\mathbb{C} \setminus \{k\}$ ~~avec une seule pôle~~ ,
Elle est hol. ssi $\langle f_1, g_1 \rangle = 0$ et sinon elle a une pôle d'ordre 1 en $s = k$ ~~et holom. dans $\mathbb{C} \setminus \{k\}$~~. On a
$D^*_{f,g}(s) = (2\pi)^{-2s} \Gamma(s) \Gamma(s-k+2) D_{f,g}(s) = D^*_{f,g}(2k-2-s)$.