② **Supplément:** (Igusa) $M_*(\Gamma_2) = M_{2*}(\Gamma_2)[\chi_{35}]$, $\mathcal{S}_{35}(\Gamma_2) = \mathbb{C}\chi_{35}$

χ_{35} algébrique sur $M_{2*}(\Gamma_2)$

le développement de Fourier:

$f \in M_k$ possède un dév. en série de la forme

$$f = \sum_{\substack{Q = [n,r,m]/\mathbb{Z} \\ Q \geq 0}} A_f(\underbrace{n,r,m}_{Q}) \underbrace{e^{2\pi i(\tau n + rz + \tau' m)}}_{q^n \zeta^r q'^m}$$

principe de Koecher ($[n,r,m] = nX^2 + rXY + mY^2 \geq 0$)

$$A_f(Q) = A_f(\alpha \cdot Q) \qquad \alpha \in GL_2(\mathbb{Z})$$

($(\alpha, Q) \mapsto \alpha \cdot Q$ opér. naturelle)

f parabolique ssi $A_f(Q) = 0$ $\forall$ Q dégénérée

le développement de Fourier Jacobi:

$$f = \sum_{m \geq 0} f_m(\tau, z)\, e^{2\pi i m \tau'}$$

$f_m \in J_{k,m}(\Gamma_1)$ = forme de Jacobi d'indice m, poids k, sur Γ_1

Toute $\phi \in J_{k,m}(\Gamma_1)$ a une dév. de Fourier de la forme

$$\phi = \sum_{\substack{n,r \in \mathbb{Z} \\ r^2 - 4mn \leq 0}} c_\phi(n,r) \underbrace{e^{2\pi i(\tau n + rz)}}_{q^n \zeta^r}.$$

On s'intéresse pour les $A_f(Q)$. Deux questions:
1) Calculation
2) Propr. arithmétiques (généraliser le cas Γ_1)

Calculation des formes mod. de genre 2:

Fait 1: Théorème de Igusa

Fait 2:

Théorème (Maass)

Pour tout k

$$\phi = \sum c_\phi(n,r)\, e^{2\pi i(n\tau + rz)} \longmapsto \sum_{\substack{r^2 - 4mn \leq 0 \\ n,m \geq 0}} \Big(\sum_{a \mid (n,r,m)} a^{k-1} c_\phi\Big(\frac{mn}{a^2}, \frac{r}{a}\Big) \Big) q^n \zeta^r q'^m$$

$\Big(\sum_{a \mid 0} a^{k-1} c_\phi(0) := -\frac{B_{2k}}{4k} c_\phi(0)\Big)$

définit une applic. injective $V: J_{k,1}(\Gamma_1) \hookrightarrow M_k(\Gamma_2)$.