3) Bei unseren Berechnungen erwähnenswert:

$$\# \{ \cancel{\text{Ell}}\ \text{Weil curves} / \mathbb{Q} \text{ mit Führer} \leq N \} \sim \frac{7}{13} \frac{N^{3/2}}{\log N}$$

Berechnung von h, d.h. $tr(T(\ell), S_k^{neu}(m))$

Satz $(\ell, m) = 1$, $n \| m$, $k \geq 2$ gerade, dann

$$tr(T(\ell) \circ W_n, S_k^{neu}(m)) = \sum_{m' | m} \alpha\left(\frac{m}{m'}\right) s_{\frac{k}{2}+1, m'}(\ell, (n, m')),$$

wo

$\alpha(m)$ multipl., $\alpha(p) = \alpha(p^2) = -1$, $\alpha(p^3) = +1$, $\alpha(p^s) = 0$ $(s \geq 4)$, p prim

$$s_{\frac{k}{2}+1, m}(\ell, n) = -\frac{1}{2} \sum_{n' | n} \sum_{\substack{s \in \mathbb{Z} \\ s^2 \leq 4\ell n' \\ n' | s,\ ((\frac{s}{n'})^2, \frac{n}{n'}) \text{ q.-frei}}} P_k\left(\frac{s}{\sqrt{n'}}, \ell\right) H_{\frac{m}{n}}(s^2 - 4\ell n')$$

$$- \frac{1}{2} \sum_{\ell' | \ell} \min\left(\ell', \frac{\ell}{\ell'}\right)^{k-1} \left(Q(n), \ell' + \frac{\ell}{\ell'}\right) \left(Q\left(\frac{m}{n}\right), \ell' - \frac{\ell}{\ell'}\right)$$

$$+ \delta(k=2)\, \delta\left(\frac{m}{n} = \square\right) \sigma_0(n)\, \sigma_1(\ell)$$

$P_k(s, \ell) =$ Koeff. von x^{k-2} in $\dfrac{1}{1 - sx + \ell x^2}$ (= Polynom in s, ℓ)

$$H_n(\Delta) = \begin{cases} a^2 b \left(\dfrac{\Delta / a^2 b^2}{n / a^2 b}\right) H_1(\Delta / a^2 b^2) & \text{falls } a^2 b^2 | \Delta,\ (n, \Delta) = a^2 b,\ b \text{ q.-frei} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$H_1(\Delta) \underset{\text{= Hurwitz-Kronecker-Klassenzahl}}{=} \#$ $SL(2, \mathbb{Z})$-Äqu.-klassen bin. ganzer pos. def. quadr. Formen der Diskr. Δ wo $f \sim a(x^2+y^2)$ (oder $f \sim a(x^2+xy+y^2)$) mit Mult. $\frac{1}{2}$ (od $\frac{1}{3}$) gezählt werden

$H_1(0) = -\frac{1}{12}$

$Q(n) =$ größtes $n' > 0$ mit $n'^2 | n$

$\delta(\ ) = \ldots$

$W_n =$ n-te Atkin-Lehner-Involut. $\left(\approx \begin{pmatrix} n & x \\ m & ny \end{pmatrix},\ x, y \in \mathbb{Z},\ n^2 y - mx = n \right)$