Zimmert, par contre, a utilisé des fonctions zeta partielles de K:

$$\zeta(s, C) = \sum_{\substack{\mathfrak{a} \in C \\ \mathfrak{a} \neq 0 \text{ intégral}}} N(\mathfrak{a})^{-s}$$

(C: une classe d'ideaux de K)

conv. abs. $\mathrm{Re}\, s > 1$, ~~possède~~ se prolonge à $\mathbb{C}$ avec ~~pôles~~ seule singul. en $s=1$ (pôle d'ordre 1)

$$\zeta^*(s, C) = \left(\frac{|d_K|^{1/2}}{2^{r_2} \pi^{[K:\mathbb{Q}]/2}} \right)^s \Gamma(\tfrac{s}{2})^{r_1} \Gamma(s)^{r_2} \zeta(s, C)$$

$$= \zeta^*(1-s, C')$$

(C' = classe de $(\mathfrak{D}\mathfrak{a})^{-1}$) si $C = [\mathfrak{a}]$, alors

$$\mathrm{Res}_{s=1} \zeta^*(s, C) = 2^{r_1} \frac{R}{W}$$

($2^{r_1} \frac{R}{W}$? Minus! $\zeta^*(s, C) > 0$ p. $s > 1$, donc $\zeta^*(s, C) = \frac{\text{"}>0\text{"}}{s-1} + \ldots = (s \to 1-) \frac{\text{"}>0\text{"}}{-} + \ldots$)

Il à déduit son resullat en essence seulement de ces faits, sans faire rapport à d'autres coordonnées du corps donné.

Comment est-ce sa possible. Comme j'ai dit sa démo. était geniale mais incomprehensible. J'ai commencé à developper un peu d'intuition pour sa démo quand je regardé à l'autre cotée – et là je trouvé une ~~brève~~ démo très rapide des rés. de Zimmert

$$\zeta^*(s, C) = \text{transformation de Mellin de "} \cancel{\tfrac{R}{W}} \sum_{\mathfrak{a} \in C} \varphi_{\mathfrak{a}}\left(\frac{N(\mathfrak{a})\, t}{|d_K|^{1/2}}\right) \text{"}$$

avec "$\varphi_{\mathfrak{a}}(t) > 0$" ~~et bonne~~

equation fonctionelle ~~et~~ valeur précise de residue

$$\longleftrightarrow \quad \left(\frac{R}{w} + \sum_{\mathfrak{a} \in C} \varphi_{\mathfrak{a}}\left(\frac{N(\mathfrak{a})\, t}{|d_K|^{1/2}}\right) \right) t = \frac{R}{w} + \sum_{\mathfrak{a} \in C'} \varphi_{\mathfrak{a}}\left(\frac{N(\mathfrak{a})}{|d_K|^{1/2}}\Big/ t\right)$$

Pourquoi est-ce que ce dernier donne ~~à priori~~ une à priori borne inférieure pour $\frac{R}{W}$?

Avant que je donne des détails je vais illustrer sa avec un exemple simple: