Question naturelle : Qu'est-ce que se passe pour plus grand r_k ?
Le pre-ier (je pense) qui a étudié cette question était

Remak (1937, 1952) :

il existe $c_0 > 0$, $c_1 > 1$ tels que pour tout :

K totallement réel : $\mathrm{Reg}(K) > c_0 \, c_1^{r_k}$ $\quad (c_1 = 1{,}012)$

Il ex. $c_2, c_3 > 0$ tels que pour tout K :

$$\mathrm{Reg}(K) > \left(\frac{c_2}{[K:\mathbb{Q}]}\right)^{c_3 [K:\mathbb{Q}]} \quad (\longrightarrow 0 \text{ pour } [K:\mathbb{Q}] \to \infty)$$

Il en a d'autres résultats – mais je suis ignorant dans cette théorie – Le sommet etait le résultat de Zimmert :

Zimmert (1980)

Pour tout K

$$\frac{\mathrm{Reg}(K)}{W} \geq 0{,}02 \exp(0{,}46\, r_1 + 0{,}1\, r_2)$$

$$\left(\Rightarrow \quad \geq \frac{0{,}02}{\exp(0{,}1)} \exp(0{,}1\,(r_k - 1)) = \underline{0{,}018} \cdot (1{,}1)^{r_k} \right)$$

meilleur !

De plus (essentiellement en utilisant ce resultat) :

$$\mathrm{Reg}\left(\begin{matrix}\text{totallement}\\ \text{réel}\end{matrix}\right) \geq \log\left|\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right| \quad \left(\begin{matrix}\text{deja pour } r_1 \neq 6{,}8{,}10\\ \text{de Pohst } 1977\end{matrix}\right)$$

$$\mathrm{Reg}(\text{tout } K) \geq \underline{0{,}056}$$

quel est le corps avec reg. le plus petit

Le désavantage de ce résultat :

La demonstration complètement incomprehensible.

Le ~~demonstration~~ resultats ~~ion~~ antérieurs ont utilisé – je pense – "la géometrie de nombre à la Minkowski"