3. ~~Jacobiformen~~ Binäre quadratische Formen und Jacobiformen

Dedekind/Hecke

Binäre (ganze) quadratische Formen zu gegebener Diskriminante D / $Sl_2(\mathbb{Z})$ hat natürlich Struktur einer Gruppe (Gauss' Kompositionstheorie)

quadratische Charaktere dieser Gruppe = Geschlechtscharaktere $\chi_{D_0}(\cdot)$ $(D_0 | D,\ D_0, \frac{D}{D_0} \in D(4))$

$\left(\chi_{D_0}([a,b,c]) = \left(\frac{D_0}{n}\right) \right)$, für jedes $n = Q(x,y)$, $(n, D_0) = 1$.

Verallgemeinerung zu einer Theorie "quadratische Formen mod $\Gamma_0(m)$": (~~Zagier – Gross – Kohnen – Zagier~~):

m fix: $r, D \in \mathbb{Z}$, $r^2 \equiv D \bmod 4m$

$$\mathcal{L}(D,r) := \left\{ [a,b,c] \;\middle|\; \begin{array}{l} a,b,c \in \mathbb{Z} \\ b^2 - 4ac = D \\ m | a \\ b \equiv r \bmod 2m \end{array} \right\}$$

ist invariant unter $\Gamma_0(m)$ ("Klassenzahl verallg. zu beschreibende $\Gamma_0(m)$-Diskriminante Teile unter allen ganzen Formen der Diskriminante D)

Sei $D_0 | D$, $D_0, \frac{D}{D_0} \equiv \square \bmod 4m$, ~~$D_0, D/D_0$~~.

verallgemeinerte Geschlechtscharaktere

$$\chi_{D_0} : \mathcal{L}(D,r) \longrightarrow \{\pm 1\}$$

$$\chi_{D_0}([a,b,c]) = \begin{cases} \left(\frac{D_0}{n}\right) & \text{falls } (a,b,c,D_0) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

wobei jeder Darstellung

$n = m_1 a x^2 + bxy + m_2 y^2$, $m = m_1 m_2$ (existiert stets und $\left(\frac{D_0}{n}\right)$ eindeutig).

$\operatorname{sign}(Q) =$ ——

Sei jetzt D_0, r_0 fix, $D_0 \equiv r_0^2 \bmod 4m$, $A \in Sl_2(\mathbb{Z})$; setze

$= \sum_{Q \in \mathcal{L}(DD_0, rr_0)} \operatorname{sign}(Q)\, \chi_{D_0}(Q)$ — Hurwitz-Zahlfkt.

$$C_{D_0,r_0,A}(D,r) := \sum_{\substack{Q \in \mathcal{L}(DD_0,rr_0)\circ A \\ ac<0}}' \chi_{D_0}(Q\circ A^{-1})\operatorname{sign}(Q) - \sum_{\substack{Q \in \mathcal{L}(DD_0,rr_0) \\ Q=[a,b,0],\ 0 \le a < m|D_0|}}' \chi_{D_0}(Q\circ A^{-1})\, B_1\!\left(\frac{a}{m|D_0|}\right)$$

$$+ \sum_{\substack{Q \in \mathcal{L}(DD_0,rr_0) \\ Q=[0,b,c],\ 0<c<m|D_0|}}' \chi_{D_0}(Q\circ A^{-1})\, B_1\!\left(\frac{c}{m|D_0|}\right) = \sum_{ac \le 0}' \chi_{D_0}(Q\circ A^{-1}) \operatorname{sign} Q$$