(4)

Konstr. von Basen für $S_k(\Gamma)$, $J_{k,m}$ → (6)

Weiter $\Gamma = \Gamma_0(m)$

Γ op. auf $\mathbb{C}[X,Y]_{k-2}$ und $\mathbb{Z}[\mathbb{P}^1(\mathbb{Q})]$: $(A\cdot P)(X,Y) := P(A^{-1}\binom{X}{Y})$

$A \sum n_s(s) := \sum n_s(As)$

ex. Sequenz

$$0 \longrightarrow V_k \xrightarrow[\subseteq]{i} W_k := \mathbb{C}[X,Y]_{k-2} \otimes \mathbb{Z}[\mathbb{P}^1(\mathbb{Q})] \xrightarrow{\deg} \mathbb{C}[X,Y]_{k-2} \longrightarrow 0$$

$$\sum P_s \otimes s \mapsto \sum P_s$$

Def $Co_k(\Gamma) := \mathrm{Kern}\left(H_0(\Gamma, V_k) \xrightarrow{i_*} H_0(\Gamma, W_k)\right)$.

$g = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix} : V_k \circlearrowleft$ induz. Inv. $g_*: Co_k(\Gamma)\circlearrowleft$

$Co_k(\Gamma)^{\pm} = \pm$ Eigenraum von g_*

Hecke-Operator auf $Co_k(\Gamma)^{\pm}$:

$$T(l)[Z] := l^{k-2} \sum_{M\in\Gamma\backslash M(l)} [MZ] \qquad (l = 1,2,\dots)$$

Satz Es gibt perf. Paarung zw. $\tilde{S}_k(\Gamma) := S_k(\Gamma) \oplus \overline{S_k(\Gamma)}$ und $Co_k(\Gamma)$.

Dabei gilt: $(F,\sigma) \mapsto \int^{\sigma} F$

~~$\int^{P\otimes r\frown s}(f,g) = \int_{r\frown s} P(\tau,1) f(\tau)\,d\tau + \overline{P(\bar\tau,1) g(\tau)\,d\tau}$~~

Ferner $\int^{T(l)\sigma} F = \int^{\sigma} T(l) F$. $\left(\dfrac{k=2}{}\ f\in S_2(\Gamma):\ \int^{(r)-(s)} f = \int_{r\frown s} f(\tau)\,d\tau\right)$ → (7)

~~Also ist $Co_k(\Gamma)^{\pm}$ isomorph als Hecke-Modul zu $\tilde{S}_k(\Gamma)$. Wollen aber nicht Dualraum, daher führen wir eine sich aufdrängende kanonische Paarung auf $Co_k(\Gamma)$ ein:~~

~~**Folg.** $F = (f,g) \mapsto \sigma_F$ def. $\tilde{S}_k(\Gamma) \xrightarrow{\cong} Co_k(\Gamma)$; dabei~~

~~$$\int^{\sigma_F}(f',g') = \iint_{\Gamma\backslash\mathfrak{H}} (\bar f g' + \bar g f')\, v^{k-2}\,du\,dv \quad \forall (f',g').$$~~

~~**Def.** $\varrho,\sigma \in Co_k(\Gamma)$, dann~~

~~$$\varrho \#_\Gamma \sigma := \int^{\varrho} F, \text{ wo } \sigma = \sigma_F.$$~~