4.4 $K = \mathbb{Q}(\sqrt{6})$ の場合

4.4.1 Even weight case

$\mathfrak{p}_2$ を norm 2 の素 ideal とする. $s_0, s_1, s_2, t \in S_2(\Gamma(\mathfrak{p}_2))$ と $\delta \in S_8(\Gamma(\mathfrak{p}_2))$ を適当にとって, $\sigma_i = \sigma_i(s_0, s_1, s_2)$ を s_0, s_1, s_2 の i 次基本対称式とし, $\Delta = \prod_{i<j}(s_i - s_j)$ とおく.

定理 4.8 (van der Geer [11]) weight 2, 4, 4, 6, 6, 6, 6, 6, 8, 8, 8, 8, 10 の保型形式からなる生成系がある:

$$M_{\mathrm{ev}}(\Gamma_K) = \mathbb{C}\left[\frac{\sigma_2 t^2}{\sigma_3}, \sigma_2, t^2, \frac{t^6}{\sigma_3}, \sigma_3, \frac{\Delta t^3}{\sigma_3}, \frac{\delta\sigma_2}{\sigma_3}, \frac{\delta t^2}{\sigma_3}, \Delta t, \frac{\Delta t^7}{\sigma_3^2}, \delta, \frac{\delta\Delta t^3}{\sigma_3^2}, \frac{\delta\Delta t}{\sigma_3}\right].$$

ただし,

- $\delta^2 = (\sigma_2 + t^2)(\sigma_3^2 + \sigma_2 t^4 + t^6)$,
- $\Delta^2 = -4\sigma_2^3 - 27\sigma_3^2$,
- 記号による関係式 (e.g. $\sigma_3 \cdot t^6/\sigma_3 = (t^2)^3$ など).

$$\sum_{k=0}^{\infty} \dim M_{2k}(\Gamma_K) t^{2k} = \frac{1 - t^2 + 2t^4 + 2t^6 + 2t^8 - t^{10} + t^{12}}{(1-t^2)^2(1-t^6)}.$$

4.4.2 制限のない場合

前節の記号を使う.

定理 4.9 (van der Geer [11]) weight 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 7, 8, 9 の保型形式からなる生成系がある:

$$M(\Gamma_K) = \mathbb{C}\left[\frac{\sigma_2 t^2}{\sigma_3}, \sqrt{\sigma_3}, \frac{\Delta t^3}{\sigma_3^{3/2}}, \sigma_2, t^2, \frac{t^4}{\sqrt{\sigma_3}}, \frac{\Delta t}{\sqrt{\sigma_3}}, \frac{\delta}{\sqrt{\sigma_3}}, \frac{t^6}{\sigma_3}, \frac{\delta\Delta t}{\sigma_3^{3/2}}, \frac{\delta\Delta t^3}{\sigma_3^2}, \frac{\delta\Delta t^5}{\sigma_3^{5/2}}\right].$$

ただし,

- $\delta^2 = (\sigma_2 + t^2)(\sigma_3^2 + \sigma_2 t^4 + t^6)$,
- $\Delta^2 = -4\sigma_2^3 - 27\sigma_3^2$,
- 記号による関係式 (e.g. $(\sqrt{\sigma_3})^2 \cdot t^6/\sigma_3 = (t^2)^3$ など).

$$\sum_{k=0}^{\infty} \dim M_k(\Gamma_K) t^k = \frac{1 - 2t + 2t^2 + t^5 + t^7 + 2t^8 - 2t^9 + t^{10}}{(1-t)^2(1-t^6)}.$$