- modular embedding (ϕ, Φ) は, ϕ が homogeneous linear であるとき, homogeneous linear であるという.

上の N は $N = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$ と分解すると, $s \in M_n(\mathbb{Z})$. $N_1 = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$ とおく. $\phi_1 = N_1\phi_0$, $\Phi_1 = N_1\Phi_0 N_1^{-1}$ とおくと (ϕ_1, Φ_1) は homogeneous linear modular embedding で, $(\phi, \Phi) \sim (\phi_1, \Phi_1)$. よって, K の modular embedding 全体を M_K と書くとき, $M_K/\sim$ の各同値類の代表元として, homogeneous linear なものがとれる.

- (ϕ, ϕ) を K の homogeneous linear modular embedding とする. $\phi = N\phi_0$, $N = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ のとき, $\psi(z) = az^*a^{-1}, u = a^ta$ とおくと,

  (R) $\psi : K \to M_n(\mathbb{Q})$ は非退化表現で $\psi(\mathfrak{o}_K) \subset M_n(\mathbb{Z})$ をみたすもので, u は $M_n(\mathbb{Z})$ の元で行列式 1 の正値対称行列で ${}^t\psi = u^{-1}\psi u$ をみたす.

  (ψ, u) を使うと, Φ は次のように書ける:

$$\Phi \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi(\alpha) & \psi(\beta)u \\ u^{-1}\psi(\gamma) & {}^t\psi(\delta) \end{pmatrix}.$$

  K の homogeneous linear modular embedding 全体を H_K, (R) をみたす (ψ, u) 全体を P_K と書くと, H_K と P_K との間に $(\phi, \Phi) \mapsto (\psi, u)$ による全単射がある. P_K 上に

$$(\psi, u) \sim (\psi', u') \quad \Leftrightarrow \quad \psi' = v\psi v^{-1},\ u' = vu{}^tv \text{となる} v \in GL_n(\mathbb{Z}) \text{がある}$$

  による同値関係を定義すると, この同値関係は M_K 上の同値関係に対応する.

- $(\psi, u) \in P_K$ をとる. 適当な $\omega = {}^t(\omega_1, \ldots, \omega_n) \in K^n$ に対して, $\psi(c)\omega = \omega \cdot c \quad (c \in K)$.

$$\mathfrak{a} = \mathbb{Z}\omega_1 + \cdots + \mathbb{Z}\omega_n, \quad \rho = {}^t\omega u^{-1}\omega$$

  とおくと,

  (I) $\mathfrak{a}$ は K の分数 ideal, ρ は K の総正な元で $\mathfrak{a}^2 = \rho \cdot \mathfrak{o}_K^\vee$.