とおく. ただし, $J = \begin{pmatrix} 0 & 1_n \\ -1_n & 0 \end{pmatrix}$ とする. $\mathfrak{S}_n$, Γ_n はそれぞれ n 次 Siegel 上半空間, n 次 Siegel modular 群と呼ばれる. $Sp_n(\mathbb{R})$ は $\mathfrak{S}_n$ へ

$$M \cdot Z = (aZ+b)(cZ+d)^{-1}, \qquad (M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in Sp_n(\mathbb{R}),\ Z \in \mathfrak{S}_n)$$

によって作用する. $\mathfrak{S}_n$ 上の関数 f に対して,

$$(f|_k M)(Z) = \det(cZ+d)^{-k} f(M \cdot Z)$$

とおく.

定義 1.5 $\mathfrak{S}_n$ 上の正則関数 f は, 次の条件が成立するとき weight k の Siegel modular form と呼ばれる: $f|_k M = f \qquad (M \in \Gamma_n)$.
f は次のように Fourier 展開される.

$$f(Z) = \sum_{\lambda \in \Lambda_n} c_\lambda \mathbf{e}(\mathrm{tr}(\lambda Z))$$

ただし, $\mathbf{e}(x) = \exp(2\pi i x)$ で

$$\Lambda_n = \left\{ \lambda = (\lambda_{ij}) \in M_n(\mathbb{R}) \mid {}^t\lambda = \lambda, \lambda \geq 0, \lambda_{ii}, 2\lambda_{ij} \in \mathbb{Z} \right\}.$$

さらに Fourier 係数 c_λ がすべて整数のとき, f は整係数 Siegel modular form と呼ばれる.

$M_k(\Gamma_n)$: Γ_n に関する weight k の Siegel modular form 全体
$M_k(\Gamma_n, \mathbb{Z})$: Γ_n に関する weight k の整係数 Siegel modular form 全体
とおく.

2 Modular embeddings

2.1 Equivariant holomorhic maps

2.1.1

G, G' は半単純 Lie 群で, それぞれ Hermite, tube 型の有界対称領域 $\mathfrak{D}, \mathfrak{D}'$ に作用しているとする. さらに $\mathfrak{D} = G/K$, $\mathfrak{D}' = G'/K'$ とする. ただし, 適当な $x_0 \in \mathfrak{D}$, $x'_0 \in \mathfrak{D}'$ に対して $K = G_{x_0}$, $K' = G'_{x'_0}$ とする. $\phi : G \to G'$ を Lie 群の準同型とし, $d\phi : \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}'$ を対応する Lie 環の準同型とする. $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} \oplus \mathfrak{p}, \mathfrak{g}' = \mathfrak{k}' \oplus \mathfrak{p}'$ をそれぞれの Cartan 分解とし, θ, θ' をそれぞれの Cartan involution とする. $\Phi : \mathfrak{D} \to \mathfrak{D}'$ は正則写像で, $\Phi(x_0) = x'_0$ なるものとする.