

Rings of
Hilbert 保型形式環

東京理科大学理工学部 浜畑 芳紀
Namahata (2002)

はじめに

この章では, Hilbert modular forms のなす環について解説する.

§1 では, §2 以降に現れる保型形式について簡単に復習する. Siegel modular form についてより詳しいことを知りたい方は, 本報告集の中の伊吹山知義先生の論説を参照されたい.

Igusa によって 2 次の Siegel modular forms の graded ring の構造が決定された同じ時期に, Gundlach は $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$ の Hilbert modular forms の環の生成系を決定している. Igusa は Siegel modular form の結果から Hilbert modular form の結果を引き出すことを目的に, modular embedding の概念をつくった. Igusa は総実代数体が modular embedding をもつための必要十分条件を与えた. Hammond は実 2 次体の場合に modular embedding を詳しく調べ, それを応用して, Gundlach の結果の別証明, $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ の even weight の Hilbert modular forms の graded ring の生成系を与えた. §2 では, Igusa-Hammond による modular embedding の理論を解説する. その後, Freitag-Schneider による modular embedding の結果を述べる.

§3 では $\mathbb{Q}(\sqrt{5})$ の Hilbert modular forms の graded ring の結果を扱う. 年代順に結果を述べると, Gundlach による生成系の決定, Hammond による (modular embedding を利用した) Gundlach の結果の別証明, Resnikoff による生成系間の関係式の決定, Hirzebruch による代数幾何的方法による証明, Müller による生成系間の関係式の別証明, Nagaoka による \mathbb{Z} 上の graded ring に関する結果となる. Resnikoff と Müller の結果をもう少し詳しく述べると, Resnikoff は, Igusa の Siegel modular form の生成系間の関係式と modular embedding を使って, 関係式を引き出している. Müller は, 各生成元をテータ級数を使って explicit に表示した. また, 初等的な方法で関係式を求めている. これらのことを証明の方法に重点を置いて述べていきたい. ただし, Hirzebruch の結果にはふれない.