Es gilt $\sum_{d^2 | m} \hat{P}_d = 1.$

(d) Ist $p|m$ eine Primzahl, so ist

$$W_p = p^{-r} A_{p^r}$$

eine Involution (d.h. $W_p{}^2 = 1$), wobei $p^r | m$ mit $(p^r, \frac{m}{p^r}) = 1$ gelte.

Korollar

Es gibt eine Zerlegung* $J_{k,m} = \bigoplus_{\substack{fd^2 | m \\ f \text{ quadratfrei}, \mu(f) = (-1)^k}} J_{k,m}^{f,d}$, wobei

$$\phi \in J_{k,m}^{f,d} \iff \phi|\hat{P}_d = \phi \quad \& \ \forall p|m \left[\phi|W_p = \begin{cases} -\phi & \text{falls } p|f \\ +\phi & \text{falls } p|f \end{cases} \right].$$

Für diese Zerlegung gilt nun der folgende Satz

Satz

Ist $\phi = \sum_{\varrho \bmod 2m} h_\varrho \vartheta_{\varrho,m} \in J_{k,m}$, $\phi \neq 0$, so sind folgende Aussagen einander äquivalent:

(I) $\phi \in J_{k,m}^{f,d}$

(II) Der $\widetilde{Sl_2(Z)}$-Modul $\mathrm{Spann}_{\mathbb{C}} \{ h_\varrho | \varrho \bmod 2m \}$ hat den Charakter $\hat{\omega}^f_{m/d^2}$.

(III) $\forall_{\substack{p|m \\ \varrho \bmod 2m}} \left[h_{\lambda_p \varrho} = \varepsilon_f(\lambda_p)\, h_\varrho \right]$

$$\& \ \forall \varrho \bmod 2m \left[h_\varrho = d^{-1} \sum_{\substack{\sigma \bmod 2m/d \\ d\sigma \equiv \varrho \bmod 2m/d}} h_{d\sigma} \right]$$

$$\& \ \forall\ t^2 | m/d^2,\ t > 1,\ \varrho \bmod 2m \left[\sum_{\substack{\sigma \bmod 2m/td \\ td\sigma \equiv \varrho \bmod 2m/td}} h_{td\sigma} = 0 \right].$$

Für den Zusammenhang mit den Operatoren T_l, V_l, U_l hat man

---

* Das Verschwinden von $J_{k,m}^{f,d}$ für f mit $\mu(f) \neq (-1)^k$ ergibt sich im Grunde erst aus dem folgenden Satz.