Modullunch '83 (Ergä

<u>Einige Ergebnisse über den Zusammenhang zwischen Jakobi-Formen und Modulformen halbganzen Gewichts</u>

Sei Θ_m der Charakter des $\widetilde{Sl_2(Z)}$-Moduls $\mathrm{Span}_{\mathbb{C}}\{\vartheta_{\varrho,m} \mid \varrho \bmod 2m\}$, wobei $\widetilde{Sl_2(Z)} = \left\{\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d\end{pmatrix}, \varepsilon\sqrt{c\tau+d}\right) \middle/ \varepsilon = \pm 1\right\}$ die bekannte 2-fache Überlagerung von $Sl_2(Z)$ ist, und wo $\vartheta_{\varrho,m} = \sum\limits_{r \equiv \varrho(2m)} q^{r^2/4m}\zeta^r$.
Mit ω_m bezeichnen wir den zu Θ_m komplex konjugierten Charakter: $\omega_m(\tilde{A}) = \overline{\Theta_m(\tilde{A})}$ $\quad (\tilde{A} \in \widetilde{Sl_2(Z)})$.
Für ω_m gilt der folgende

<u>Satz</u>

(a) Es sei $S(m) = \{\lambda \bmod 2m \mid \lambda^2 \equiv 1 \bmod 4m\}$, und für einen quadratfreien Teiler $f|m$ sei $\varepsilon_f : S(m) \longrightarrow \mathbb{C}^\times$ der folgende Charakter

$$\varepsilon_f(\lambda_p) = \begin{cases} -1 & \text{falls } p|f \\ +1 & \text{falls } p|f \end{cases}, \quad \text{wo } \lambda_p = \begin{cases} -1 \bmod p^t \\ +1 \bmod \frac{2m}{p^t} \end{cases}$$

gelte, wenn $p^t|2m$ eine Primzahlpotenz mit $(p^t, \frac{2m}{p^t}) = 1$ ist.

Es sei ferner $J : \widetilde{Sl_2(Z)} \longrightarrow \mathbb{C}^\times$ der folgende Charakter

$$J(A) = \frac{\vartheta_{0,1}(A\tau)}{\vartheta_{0,1}(\tau)\,\varepsilon\sqrt{c\tau+d}} \qquad (\tilde{A} = (A, \varepsilon\sqrt{c\tau+d})).$$

Schließlich sei zu jeder Zahl λ mit $\lambda^2 \equiv 1 \bmod 4m$ ein $\tilde{A}_\lambda = (A_\lambda, \varepsilon\sqrt{c\tau+d}) \in \widetilde{Sl_2(Z)}$ gewählt, sodaß $A_\lambda \equiv \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda\end{pmatrix} \bmod 4m$ gilt.

Dann definiert

$$\omega_m^f(\tilde{A}) = |S(m)|^{-1} \sum_{\lambda \in S(m)} \varepsilon_f(\lambda)\, J(\tilde{A}_\lambda) \left(\frac{4m}{\lambda}\right) \omega_m(\tilde{A}_\lambda \tilde{A})$$

einen (eigentlichen) Charakter von $\widetilde{Sl_2(Z)}$; $\omega_m^f(\tilde{A})$ hängt nicht von der Wahl der $\tilde{A}_\lambda$ ab.

Es gilt hierfür

$$\omega_m = \sum_{\substack{f|m \\ f \text{ quadratfrei}}} \omega_m^f .$$