Um nun den Dirichletcharakter χ zu identifizieren, genügt es offenbar $\chi(p)$ für ungerade Primzahlen p, $p \nmid N$, zu kennen. Dazu bemerken wir zunächst, daß ein Dirichletcharakter mod N einen Gruppenhomomorphismus $(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})^* \longrightarrow \mathbb{C}^*$ induziert. Es folgt, daß das Bild eines Dirichletcharakters eine Gruppe von Einheitswurzeln ist. Da unser Charakter χ nur Werte in $\mathbb{Q}$ annimmt, haben wir also stets $\chi(d) = \pm 1$ für alle d mit $ggT(d,N) = 1$ und $\chi(d) = +1$ für $d \equiv 1 \bmod N$. Wähle nun $\beta, \delta \in \mathbb{Z}$, sodaß $p\delta - \beta N = 1$. Beachte, daß dann $\chi(p\delta) = 1$ gilt. Nehmen wir nun die anfangs hergeleitete Formel für $\varepsilon\begin{pmatrix} p & \beta \\ N & \delta \end{pmatrix}$, so haben wir:

$$\chi(p)\, v(\Gamma)(iN)^{n/2} = \sum_{\lambda \in \Gamma/c\Gamma} e^{\pi i \frac{p}{N}\lambda^2} \equiv \Big(\sum_{\lambda\in\Gamma/c} e^{\pi i \frac{\lambda^2}{N}}\Big)^p \bmod p$$

$$= \Big(v(\Gamma)(iN)^{n/2}\, \varepsilon\begin{pmatrix} 1 & p \\ N & p\delta\end{pmatrix}\Big)^p = \Big(v(\Gamma)(iN)^{N/2}\chi(p\delta)\Big)^p$$

$$= \big(v(\Gamma)(iN)^{n/2}\big)^p,$$

d.h.

$$\chi(p) \equiv \big(v(\Gamma)(iN)^{n/2}\big)^{p-1} = \big((-1)^{n/2} v(\Gamma)^2\big)^{\frac{p-1}{2}} \bmod p.$$

Nach bekannten Sätzen der elementaren Zahlentheorie also

$$\chi(p) = \left(\frac{(-1)^{n/2} v(\Gamma)^2}{p}\right) \quad (= \text{quadratisches Restsymbol}).$$

Die Zahl

$$\Delta := (-1)^{n/2} v(\Gamma)^2$$

bezeichnet man auch als Diskriminante des Gitters Γ, ~~[illegible]~~ und statt $\chi(d)$ schreibt man in naheliegender Art und Weise auch $\left(\frac{\Delta}{d}\right)$. Wir erwähnen noch, daß man zeigen kann, daß die ~~Tatsache~~ Existenz eines Dirichletcharakters χ mod N mit $\chi(p) = \left(\frac{\Delta}{p}\right)$ impliziert, daß

$$\Delta \equiv 0, 1 \bmod 4$$

ist. Allerdings kann man diese Eigenschaft eines ganzen, geraden Gitters auch elementar zeigen. Schließlich kann man sich noch überlegen, daß

$$\left(\frac{\Delta}{2}\right) = \begin{cases} 0 & \text{falls } 2 \mid \Delta \\ +1 & \text{falls } \Delta \equiv 1 \bmod 8 \\ -1 & \text{falls } \Delta \equiv 5 \bmod 8 \end{cases}, \quad \left(\frac{\Delta}{-1}\right) = \operatorname{sign}(\Delta)$$

gilt.