Schließlich ist

$$\vartheta_{\mu+c\Gamma,P}(c^2\tau+cd) = e^{\pi i c d \mu^2}\,\vartheta_{c\mu+c^2\Gamma,P}(\tau)\,,\ c^{-d}$$

Fassen wir zusammen, indem wir noch $\mu = \frac{\sigma}{c}$ setzen (σ muß dann ein Repräsentantensystem für $\Gamma^*/c^2\Gamma$ durchlaufen), so haben wir

$$(**)\quad \vartheta_{\rho+\Gamma,P}\Big|_k A = \frac{c^{n/2}}{v(c\Gamma)\, i^{k+d}} \sum_{\sigma\in\Gamma^*/c^2\Gamma} \Big\{ \sum_{\substack{\lambda\in\Gamma^*/c\Gamma\\ \lambda\equiv\rho\,(\Gamma)}} e^{\frac{\pi i}{c}(a\lambda^2+2\lambda\sigma+d\sigma^2)} \Big\}\, \vartheta_{\sigma+c^2\Gamma,P}$$

Den Exponenten in der inneren Summe können wir schreiben als

$$a\lambda^2 + 2(ad-bc)\lambda\sigma + d\sigma = a(\lambda+d\sigma)^2 - 2bc\,\lambda\cdot\sigma + d(1-ad)\sigma^2$$
$$= a(\lambda+d\sigma)^2 - bc\,(2\lambda\sigma + d\sigma^2).$$

Für $\lambda\equiv\rho\,(\Gamma)$, $\sigma\in\Gamma^*$ ist $2\lambda\cdot\sigma \equiv 2\rho\cdot\sigma \mod \mathbb{Z}$, und somit wird die innere Summe in (**) zu:

$$e^{-\pi i b(2\rho\cdot\sigma+d\sigma^2)} \sum_{\substack{\lambda\in\Gamma^*/c\Gamma\\ \lambda\equiv\rho\,(\Gamma)}} e^{\pi i \frac{a}{c}(\lambda+d\sigma)^2}.$$

Insbesondere sieht man, daß dieser Ausdruck nur von σ modulo Γ abhängt, und dann ist klar, daß man (**) auch in der Form (*) schreiben kann.

Wir betrachten jetzt eine typische Summe

$$\sum_{\substack{\lambda\in\Gamma^*/c\Gamma\\ \lambda\equiv\lambda_0\,(\Gamma)}} e^{\pi i \frac{a}{c}\lambda^2} \qquad (\lambda_0\in\Gamma^*)$$

wie sie in der Transformationsformel (*) auftritt. Summieren wir über $\lambda+c\mu$ anstelle von λ, wo μ irgendein fest gewähltes Element aus Γ^* mit $c\mu\in\Gamma$, $c\mu^2\in 2\mathbb{Z}$ ist, so erhalten wir