Ist Γ ganz und gerade (d.h. $x\cdot y \in \mathbb{Z}$, $x^2 \in 2\mathbb{Z}$ für alle $x,y\in\Gamma$), so kann man auch schreiben

$$\vartheta_\Gamma(\tau) = \sum_{l=0}^{\infty} \#\{x\in\Gamma \mid x^2 = 2l\}\, q^l , \quad \text{wo } q = e^{2\pi i\tau}.$$

Also ist $\vartheta_\Gamma(\tau)$ nichts anderes als die erzeugende Funktion der offensichtlich interessanten arithmetischen Funktion $l \mapsto \#\{x\in\Gamma \mid x^2 = 2l\}$.

Eine der interessantesten Eigenschaften von $\vartheta_\Gamma(\tau)$ ergibt sich aus der Poissonschen Summenformel. Ein Blick in irgendeine Tabelle von Fouriertransformierten zeigt:

<u>Lemma</u> Die Funktion $f(x) = e^{-\pi x^2}$ stimmt mit ihrer eigenen Fouriertransformierten überein, d.h. $\hat f = f$.

Hiermit können wir uns sofort eine kleine Tabelle von Fouriertransformierten zusammenstellen:

	$g(x) =$		$\hat g(y) =$
A	$e^{-\frac{\pi i}{\tau} x^2}$	$(\tau \in \mathfrak{H})$	$\sqrt{\frac{\tau}{i}}^{\,n}\, e^{\pi i \tau y^2}$ (*)
B	$e^{-\frac{\pi i}{\tau}(x+z)^2}$	$(\tau\in\mathfrak{H},\ z\in\mathbb{R}^n)$	$\sqrt{\frac{\tau}{i}}^{\,n}\, e^{+2\pi i z\cdot y}\, e^{\pi i\tau y^2}$
C	$P(x)\, e^{-\pi x^2}$	($P(x) = P(x_1,\dots,x_n)$ ein Polynom in n Variablen)	$P\left(\frac{-1}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial y_1},\dots,\frac{-1}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial y_n}\right) e^{-\pi y^2}$
D	$(\xi\cdot x)^d\, e^{-\pi x^2}$	$d\in\mathbb{N}$, ($\xi = \begin{pmatrix}\xi_1\\ \vdots\\ \xi_n\end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ mit $\xi^2 = \sum \xi_i^2 = 0$, falls $d \geq 2$)	$\left(\frac{\xi\cdot y}{i}\right)^d e^{-\pi y^2}$
E	$\{\xi\cdot(x+z)\}^d\, e^{-\frac{\pi i}{\tau}(x+z)^2}$	(ξ, d wie oben, $z\in\mathbb{R}^n$, $\tau\in\mathfrak{H}$)	$\sqrt{\frac{\tau}{i}}^{\,n+2d}\, e^{+2\pi i z\cdot y} \left(\frac{\xi\cdot y}{i}\right)^d e^{\pi i\tau y^2}$

(*) $\sqrt{\frac{\tau}{i}}$ $(\tau\in\mathfrak{H})$ ist diejenige Wurzel mit Argument zwischen $-\frac{\pi}{[illegible]}$ und $+\frac{\pi}{[illegible]}$