Sei jetzt eine Funktion $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{C}$ gegeben. Wir nehmen an, daß

(V1) $\int_{\mathbb{R}^n} |f(x)|\, dx < \infty$.

Dann ist die Fouriertransformierte $\hat{f}(y)$ von $f(x)$ erklärt, nämlich

$$\hat{f}(y) = \int_{\mathbb{R}^n} f(x)\, e^{-2\pi i x\cdot y}\, dx .$$

Um nun zu der Poissonschen Summenformel zu gelangen, betrachten wir für jedes $z \in \mathbb{R}^n$ die Reihe $\sum_{x\in\Gamma}' f(x+z)$. Wir nehmen an

(V2) f ist stetig, $\sum_{x\in\Gamma}' |f(x+z)|$ ist gleichmäßig konvergent (in z) auf jede kompakten Teilmenge des $\mathbb{R}^n$.

Dann ist jedenfalls die Funktion

$$F(z) := \sum_{x\in\Gamma}' f(x+z)$$

stetig, und es gilt $F(z+x) = F(z)$ für alle $x \in \Gamma$.

Die Poissonsche Summenformel ergibt sich nun – wie wir gleich sehen werden – aus einem Vergleich von $F(z)$ mit der zu $F(z)$ gehörenden Fourierreihe. Um die Konvergenz dieser Reihe sicherzustellen, benötigen wir noch eine weitere Voraussetzung. Es wird sich herausstellen, daß die folgende Annahme genügt:

(V3) $\sum_{y\in\Gamma^*}' \hat{f}(y)$ ist absolut konvergent.

<u>Satz</u> f genüge den Voraussetzungen (V1)–(V3). Dann gilt

$$\sum_{x\in\Gamma}' f(x) = v(\Gamma)^{-1} \sum_{y\in\Gamma^*}' \hat{f}(y) .$$