Tatsache: (V,ρ) zerfällt in genau zwei inäquivalente irreduz. Darstellungen der Dimension $\frac{p+1}{2}$ resp.

(d.h. $V = V_1 \oplus V_2$, V_i inv. unter ρ, $(V_i, \rho|_{V_i})$ irreduzibel, $(V_1, \rho|_{V_1}) \not\cong (V_2, \rho|_{V_2})$.)

Andererseits definiert

$$V \longrightarrow \Theta_p \,, \quad f \longmapsto \sum_{x \in Sl_2(\mathbb{F}_p)} f(x)\, \vartheta|_1 x^-$$

einen Homomorphismus der Darstellg (V,ρ), (Θ_p, δ_p). Es ist dann Kern inv. unter ρ, also etwa Kern $= V_1$, sonst $V_2 \hookrightarrow \Theta_p$ und aus Dimensionsgründen also

$$(V_2, \rho|_{V_2}) \cong (\Theta_p, \delta_p).$$