(8)

__Beispiel__

Sei p Primzahl, $p \neq 2$, $\zeta = e^{2\pi i/p}$, $K = \mathbb{Q}(\zeta+\zeta^{-1})$,

$V = \mathbb{Q}(e^{2\pi i/p})$, Skalarprodukt auf V: $v \cdot w := \frac{v\bar{w}+\bar{v}w}{p}$,

$\Gamma = (1-\zeta)$, Γ ist ganz und gerade: Für $v, w \equiv 0\ (\Gamma)$ ist $tr\, v\bar{w} \equiv 0\ (\Gamma)$, d.h. $tr\, v\bar{w} \equiv 0\ (p)$.

Aus der Theorie der Kreisteilungskörper: $\mathcal{D}_{\mathbb{Q}(\zeta)} = (1-\zeta)^{p-2}$, $\mathcal{D}_K = ((1-\zeta)(1-\bar{\zeta}))^{\frac{p-3}{2}}$

$p = (1-\zeta)^{p-1}$, $\# \mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\zeta)}/(1-\zeta) = \# \mathcal{O}_K/((1-\zeta)(1-\bar{\zeta})) = p$ (also $0, 1, \dots, p-1$ Repr.).

Wir haben

$$\tilde{\Gamma} = \{ v \in \mathbb{Q}(\zeta) \mid tr_{\mathbb{Q}(\zeta)/\mathbb{Q}} \left(\frac{v \cdot (1-\zeta)}{p} \right) \subseteq \mathbb{Z} \} = \left(\frac{1-\zeta}{p}\right)^{-1} \mathcal{D}_{\mathbb{Q}(\zeta)}^{-1} = \mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\zeta)}$$

$$\ell = \text{Stufe von } \Gamma = \mathcal{D}_K^{-1} \operatorname{ggT}\left(\frac{v \cdot \bar{v}}{p} \mid v \in (1-\zeta)_{\mathbb{Q}(\zeta)} \right)^{-1} = \mathcal{D}_K^{-1}\, p\, \mathcal{O}_K = \mathcal{D}_K^{-1} p$$

$$\cancel{= \mathcal{D}_K^{-1}\, p\, ((1-\zeta)(1-\bar{\zeta}))^{-1} = ((1-\zeta)(1-\bar{\zeta}))}$$

$=$

Somit haben wir:

$Sl_2(\mathcal{O}_K)$ läßt den von den $\theta_j := \vartheta_{j+(1-\zeta)} = \sum_{v \in j+(1-\zeta)} e^{\pi i\, tr_{K/\mathbb{Q}} \left(z \frac{v\cdot\bar{v} + \bar{v} v}{p}\right)}$ ($j = 0, 1, \dots, \frac{p-1}{2}$) aufgespannten Raum bezgl. der "$|_1$"-Operation invariant, ~~Es gilt~~ und $\Gamma((1-\zeta)(1-\bar{\zeta}))$ ~~läßt ihn sogar~~ operiert sogar trivial.

($\mathfrak{P}^e | p$, so $\mathfrak{P}^{e-1} | \mathcal{D}$ in jedem Körper K, und $\mathcal{D}$ und man [illegible] gebildet: sonst ist leicht, daß $(1-\zeta)(1-\bar{\zeta})^{\frac{p-3}{2}} | \mathcal{D}_K$; $\mathcal{D}_{\mathbb{Q}(\zeta)/\mathbb{Q}} = \mathcal{D}_{\mathbb{Q}(\zeta)/K}\, \mathcal{D}_{K/\mathbb{Q}}$,

$(1-\zeta) = \mathfrak{P} \mid \mathcal{D}_{\mathbb{Q}(\zeta)/K}$, ~~[illegible]~~ – etc.)

Darstell. von $Sl_2(\mathbb{F}_p)$, Invarianten sind Mod-Form auf $Sl_2(\mathcal{O})$, genauer: Darstell. von $PSl_2(\mathbb{F}_p)$, doppeltwertige Darstellg = in [illegible] Darstellung von … ;