Völlig analog zu Fall $K=\mathbb{Q}$ zeigt man nun die folgenden Tatsachen:

<u>Satz 2</u>

Bei der "$|_{r/2}$"-Operation von $SL_2(\mathcal{O})$ bleibt der von den $\vartheta_{v+\Gamma}$ $(v\in\tilde{\Gamma})$ aufgespannte Raum invariant. Genauer gilt für jedes $v\in\tilde{\Gamma}$, $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d\end{pmatrix}\in SL_2(\mathcal{O})$, $c\neq 0$:

$$\vartheta_{v+\Gamma}|_{r/2}A = i^{-rn/2}\, n(c)^{-r/2}\, \mathcal{D}(\Gamma)^{-1/2} \times$$
$$\times \sum_{w\in\tilde{\Gamma}/\Gamma}\Big(e^{-\pi i\, tr(2b\, v\cdot w + bd\, w^2)} \sum_{\substack{v'\in\tilde{\Gamma}/c\Gamma \\ v'\equiv v+dw\,(\Gamma)}} e^{\pi i\, tr\frac{a}{c}v'^2}\Big)\,\vartheta_{w+\Gamma}$$

(Beachte: $\#\tilde{\Gamma}/\Gamma<\infty$, vgl. Beweis des Lemma)

~~Korollar Sei $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d\end{pmatrix}\in SL_2(\mathcal{O})$, $c\neq 0$~~

~~Sei $\{\frac{v^2}{2}\mid v\in\tilde{\Gamma}\}$~~

<u>Korollar</u> Sei $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d\end{pmatrix}\in SL_2(\mathcal{O})$, sodaß $tr(c\,\mathfrak{a}\cdot\frac{v^2}{2})\in\mathbb{Z}$ für alle $v\in\tilde{\Gamma}$. Dann ist

$$\vartheta_{v+\Gamma}|_{r/2}A = \varepsilon(A)\, e^{\pi i\, tr\, ab\, v^2}\, \vartheta_{av+\Gamma},$$

mit

$$\varepsilon(A) = \begin{cases} \mathcal{D}(\Gamma)^{-1/2}\, i^{-rn/2}\, n(c)^{-r/2} \sum_{w\in\Gamma/c\Gamma} e^{\pi i\, tr\frac{a}{c}w^2} & \text{falls } c\neq 0 \\ n(a)^{r/2} & \text{falls } c=0 \end{cases}.$$

Wir können das alles noch etwas schöner schreiben:

Sei $\mathfrak{a} = ggt(\frac{v^2}{2}\mid v\in\tilde{\Gamma})$ = der von den $\frac{v^2}{2}$ $(v\in\tilde{\Gamma})$ erzeugte $\mathcal{O}$-Modul ($\subseteq K$).

$\mathfrak{a}$ ist gebrochenes Ideal ($\mathfrak{a} = \mathcal{O}\frac{v_1^2}{2}+\dots+\mathcal{O}\frac{v_{rn}^2}{2} + \sum_{i<j}\mathcal{O}\, v_i\cdot v_j$, wenn $\tilde{\Gamma}=\mathbb{Z}v_1+\dots+\mathbb{Z}v_{rn}$),

sei $\mathfrak{l} = \{c\in K \mid tr(c\,\mathcal{O}\cdot\frac{v^2}{2})\in\mathbb{Z}\} = \tilde{\mathfrak{a}} = \mathfrak{a}^{-1}\mathfrak{D}^{-1}$ =: Stufe von Γ.

Man überlegt sich leicht, daß $\mathfrak{l}$ ein ganzes Ideal ist:

$(\#\tilde{\Gamma}/\Gamma)^{-1/2}$