On peut demander en général

(1) { ~~Pour quelles~~ $\cancel{A \in \mathbb{C}^{l\times l}}$, ~~symétrique~~, >0 et $b \in \mathbb{C}^l$
~~et~~
$\cancel{\sum q^A}$

(2) { Déterminer toutes les $A \in \mathbb{C}^{l\times l}$, symm. et >0 et $b \in \mathbb{C}^l$ tels que

$$f_{A,b} \sum_{n_1,\dots,n_l \geq 0} \frac{q^{\vec{n}^t A \vec{n} + b^t \vec{n}}}{(q)_{n_1} \cdots (q)_{n_l}}$$

est une fonct. modulaire

C'est pas une question naïve et c'est difficile.
En fait on espère :

(Conj.) { Classification ces A est équiv. à classifier les algèbres W.

("A" = matrice de Cartan généralisé ?)

Réponse à (1) comme pour $l = 1$:

$f_{A,b}$ modul. ssi $A = 1$ (Rogers-Ramanujan)
$A = \frac{1}{2}$ (id. de Euler

$$\prod (1-q^{2n-1})^{-1} = \sum_{n \geq 0} \frac{q^{(n^2+n)/2}}{(q)_n}$$

$$\prod (1-q^{2n}) = \sum \frac{q^n}{(q)_n} .)$$

Dans autres cas $l = 5, 11, 17, 23$ nous ne savons pas encore si on a des identités avec ça — nous espérons.
Il manque un algo pour faire des ~~experiments~~ experiments.

Liés a des telles identités sont encore d'autres mystères. Je dit mystère parce que n'a pas encore des explic.