5

Ça réduit dramatiquement les poss. pour ρ, dans nos cas typiquement ils restent seulement un ou deux cas à considérer.

Pour ~~trouver~~ examiner la liberté pour ρ et ξ qui reste il faut calculer au moins la dimens. de $M_k(\rho)$.

Théorème [~]

$k \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}$, $\rho : \tilde{\Gamma} \to GL(n,\mathbb{C})$ représ. avec image fini (et $\rho((\pm Id, \varepsilon)) = \varepsilon^{-2k}\, id$ pour tout $(\pm id, \varepsilon) \in \tilde{\Gamma}$).

Alors

dim $M_k(\rho)$ − dim S_{2-k} = formule explicite "simple".

Comment déduire une telle formule :

Soit $\mathbb{C}(\rho)$ = ~~...~~ de $\tilde{\Gamma}$-module : ($\mathbb{C}^n$ à action $(z,\alpha) \mapsto \rho(\alpha)^t z$).

Facile

$$M_k(\rho) \ni F \longmapsto \big(\mathbb{C}(\rho) \ni z \mapsto z^t . F \in M_k(\ker \rho)\big) \in Hom_{\tilde{\Gamma}}(\mathbb{C}(\rho), M_k(\ker\rho))$$

est un isomorphisme.

Mais par des formules bien-connues pour des représ. de groupes

$$\dim Hom_{\tilde{\Gamma}}(\mathbb{C}(\rho), \sim) = \frac{1}{[\tilde{\Gamma} : \ker\rho]} \sum_{\alpha \in \tilde{\Gamma}/\ker\rho} \overline{tr\, \rho(\alpha)}\; tr(\alpha, M_k(\ker\rho))$$

Appliquer la formule de trace d'Eichler–Selberg pour obtenir une formule pour $tr(\alpha, M_k(\ker\rho))$.