So folgt leicht:

$$\varphi_0^8 + \varphi_1^8 + 14\,\varphi_0^4\varphi_1^4 = E_4$$

$$(\varphi_0^4 - \varphi_1^4)^4\,\varphi_0^4\varphi_1^4 = 16\,\Delta .$$

<u>Lemma 3</u>

Es sei $h \in k[X,Y]$ invariant unter $(-)^*$ und h sei von der Gestalt

$$h = \sum a_{rs}\, X^{4r+z}\, Y^{4s+z} \qquad \text{für ein } 0 < z \leq 4 .$$

Dann ist

$$h = (X^4 - Y^4)\, X Y\, h' ,$$

wo h' invariant unter $(-)^*$ ist und von der Gestalt

$$h' = \sum a'_{rs}\, X^{4r+z-1}\, Y^{4s+z-1} .$$

<u>Beweis</u>

Aus der Invarianz von h folgt

$$h(Y,Y) = h^*(Y,Y) = h(2wX, 0) = 0 .$$

Wir haben somit

$$\begin{aligned} h &= h - h(Y,Y) \\ &= \sum a_{rs}\,(X^{4r+z} - Y^{4r+z})\, Y^{4s+z} \\ &= (XY)^z \sum a_{rs}\,(X^{4r} - Y^{4r})\, Y^{4s} \\ &= (XY)^z \sum a_{rs}\,(X^4 - Y^4)(X^{4(r-1)} + X^{4(r-2)}Y + \dots)\, Y^{4s} \\ &= (XY)^z (X^4 - Y^4) \sum a'_{rs}\, X^{4r}\, Y^{4s} \qquad \text{für geeignete } a'_{rs} . \end{aligned}$$

Wir haben also eine Darstellung

$$h = (X^4 - Y^4)\, XY\, h'$$

der behaupteten Form; es bleibt zu zeigen, daß h' invariant ist. Nun ist aber h und $(X^4 - Y^4)XY$ invariant, – sodaß mit der Nullteilerfreiheit von $k[X,Y]$ – leicht die ~~[illegible]~~ Invarianz von h' folgt.