Lemma 2

$$\psi_0\left(-\frac{1}{z}\right) = \sqrt{-iz} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\psi_0(z) + \psi_1(z)\right),$$
$$\psi_1\left(-\frac{1}{z}\right) = \sqrt{-iz}\ \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\psi_0(z) - \psi_1(z)\right).$$

Ein Beweis hierfür folgt weiter unten.

Im Folgenden sei K ein Körper (~~mit~~ Charakteristik $\neq 2$), mit der Eigenschaft, daß ein $w \in K$ mit $w^2 = 2^{-1}$ existiert;
für $p \equiv -1 \bmod 8$ ist $\left(\frac{2}{p}\right) = +1$, d.h. $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ ist insbesondere solch ein Körper K.
Für ein Polynom $h = h(X,Y) \in K[X,Y]$ sei

$$h^* = h\left(w(X+Y),\ w(X-Y)\right).$$

Offenbar ist $(\cdot)^*$ ein K-Algebren-Automorphismus, der zu sich selbst invers ist (d.h. $(h^*)^* = h$).
Hieraus ergibt sich leicht, daß

$$(X+Y)X \quad \text{und} \quad (X-Y)Y$$

invariant unter $*$ sind ($h \in K[X,Y]$ heißt invariant (unter $*$), falls $h^* = h$!), daher auch

$$X^2+Y^2, \quad (X^2-Y^2)XY$$

invariant sind,
und schließlich ~~somit~~

$$f := (X^2+Y^2)^4 - 4X^2Y^2(X^2-Y^2)^2$$
$$= X^8 + Y^8 + 14X^4Y^4$$

und

$$g := \left[(X^2+Y^2)(X^2-Y^2)XY\right]^4 = (X^4-Y^4)^4X^4Y^4$$

invariant sind.

Mit Lemma 2 und der Produktdarstellung von ψ_0 und ψ_1 folgt nun aus der Invarianz von f und g, daß

$g(\psi_0, \psi_1)$ Spitzenform der Stufe 1 vom Gewicht 12

und $f(\psi_0, \psi_1)$ Modulform der Stufe 1 vom Gewicht 4 ist;