Also haben wir für $\kappa \in F$, $\Lambda \in \mathcal{H}_{\mathfrak{P}}$:

$$\varrho_i(\Lambda - \kappa) = 0 \iff \varphi(\Lambda - \kappa) = 0,$$

daher $\varrho_i = \varphi$. $\square$

<u>Anmerkung</u>

Sei $\mathcal{H}_{\mathbb{Q}}$ der Ring der Hecke-Operatoren auf $S_r(\mathbb{Q})$, sei k Galoiserweiterung von $\mathbb{Q}$, sodaß k die ~~normalis~~ Koeffizienten der normalisierten Hecke-Eigenformen von $f_1, \dots, f_n$ von S_r umfaßt; ~~Gal(k/Q)~~

Es ist $\mathcal{H}_{\mathbb{Q}}$ aufgefaßt als $\mathcal{H}_{\mathbb{Q}}$-Modul genau dann irreduzibel, wenn $\mathrm{Gal}(k/\mathbb{Q})$ transitiv auf $\{f_1, \dots, f_n\}$ operiert (für $\sigma \in \mathrm{Gal}(k/\mathbb{Q})$, $f_i = \sum a_i(n) q^n$ sei $f_i^\sigma = \sum a_i(n)^\sigma q^n$); operiert nun $\mathrm{Gal}(k/\mathbb{Q})$ transitiv auf $\{f_1, \dots, f_n\}$, so erhalten wir mit dem eben bewiesenen Satz zu jedem f_i ein Primideal $\mathfrak{P} \mid p$ und ein $\Theta_{\mathfrak{l}}$, sodaß $f_i \equiv \Theta_{\mathfrak{l}} \bmod \mathfrak{P}$.

<u>Beispiele</u>

Sei $T_r(X)$ das charakteristische Polynom von $T(2)$ auf S_r. Die $T_r(X)$ für $2 \leq r \leq 120$ sind irreduzibel über $\mathbb{Q}$, daher ist auch $S_r(\mathbb{Q})$ irreduzibler $\mathcal{H}_{\mathbb{Q}}$-Modul, ~~insbesondere gilt~~ ~~daher für jede normalisierte Hecke-Eigenform~~

Ist D_r die Diskriminante von $T_r(X)$, so gilt für alle $p \equiv 3 \bmod 4$ und $5 \leq p \leq 167$: $p \mid D_r$ genau für $p = 131$; ~~insbesondere~~ es sind daher für $5 \leq p \leq 167$, $p \neq 131$ die normalisierten Hecke-Eigenformen von $S_{\frac{p+1}{2}}$ für jedes $\mathfrak{P} \mid p$ paarweise ein ander inkongruent mod $\mathfrak{P}$.

(Diese Informationen entstammen einer Tabelle von Y. Maeda)