## Beweis

Sei $F = \mathcal{O}_{\mathfrak{p}}/\mathfrak{p}\mathcal{O}_{\mathfrak{p}}$, dann ist $F$ ein Körper.

Wir definieren eine Abbildung

$$\Psi : \mathcal{H}_{\mathfrak{p}} \longrightarrow \underbrace{F \oplus \cdots \oplus F}_{n\text{-mal}}$$

$$\Lambda \longmapsto (\varrho_1(\Lambda), \dots, \varrho_n(\Lambda))$$

(wobei wie oben $n = \dim S_r$, $\overline{f_i}|_\Lambda = \varrho_i(\Lambda)\overline{f_i}$, wenn $f_1, \dots, f_n$ die normalisierten Hecke-Eigenformen von $S_r$ sind.

Sei $\varphi : \mathcal{H}_{\mathfrak{p}} \to F$ gemäß Proposition 3 definiert durch $\overline{\Theta}_\chi|_\Lambda = \varphi(\Lambda)\overline{\Theta}_\chi$; es genügt zu zeigen, daß $\varphi = \varrho_i$ für ein $i$.

Sei $A = \mathcal{H}_{\mathfrak{p}}/\operatorname{Kern}\Psi$, so ist $A$ eine $F$-Algebra; nun ist $F \oplus \cdots \oplus F$ halbeinfach, daher ist auch $\Psi(\mathcal{H}_{\mathfrak{p}})$ halbeinfach, wegen $A \approx \Psi(\mathcal{H}_{\mathfrak{p}})$ ist somit $A$ halbeinfach.

Ist $\Lambda \in \operatorname{Kern}\Psi$, so ist $\Lambda^n = 0$ (nach (***)), daher $\varphi(\Lambda)^n = 0$, d.h. $\varphi(\Lambda) = 0$; also ist $\operatorname{Kern}\Psi \subseteq \operatorname{Kern}\varphi$, also induzieren $\varphi$ und (wegen $\operatorname{Kern}\Psi \subseteq \operatorname{Kern}\varrho_i$) die $\varrho_i$ $F$-Algebren Homomorphismen $\underline{\varphi}, \underline{\varrho_i} : A \to F$.

Da $A$ halbeinfach ist, gibt es ein Ideal $\mathcal{U} \subseteq A$, sodaß

$$A = \operatorname{Kern}\underline{\varphi} \oplus \mathcal{U};$$

$\mathcal{U}$ ist ein Körper, denn $\underline{\varphi}|_{\mathcal{U}} : \mathcal{U} \to F$ ist ein Isomorphismus.

$A \to F \oplus \cdots \oplus F$, $a \mapsto (\underline{\varrho_1}(a), \dots, \underline{\varrho_n}(a))$ ist eine Injektion, sodaß daher für ein $i$ $\underline{\varrho_i}(\mathcal{U}) \neq 0$, d.h. $\operatorname{Kern}\underline{\varrho_i} \cap \mathcal{U} \neq \mathcal{U}$ gelten muß; da $\mathcal{U}$ ein Körper ist, erhalten wir für solch ein $i$: $\operatorname{Kern}\underline{\varrho_i} \cap \mathcal{U} = 0$, also $\operatorname{Kern}\underline{\varrho_i} \subseteq \operatorname{Kern}\underline{\varphi}$; da $\operatorname{Kern}\underline{\varrho_i}$ ein maximales Ideal in $A$ ist ($A/\operatorname{Kern}\underline{\varrho_i} \approx F$!), folgt $\operatorname{Kern}\underline{\varrho_i} = \operatorname{Kern}\underline{\varphi}$, daher auch $\operatorname{Kern}\varrho_i = \operatorname{Kern}\varphi$.