Ist $R \subseteq \mathbb{C}$ ein Ring, $\mathfrak{a} \subseteq R$ ein Ideal, so bezeichne $\bar{\kappa}$ für $\kappa \in R$ stets die Restklasse von κ in $R/\mathfrak{a}$.
Für ein $f = \sum a(n) q^n \in R[[q]]$ sei $\bar{f} := \sum \overline{a(n)}\, q^n$, also $\bar{f} \in R/\mathfrak{a}\,[[q]]$.
Wir setzen

$$\Theta(R) = \Theta \cap R[[q]],$$
$$\Theta(R) \bmod \mathfrak{a} = \{\bar{f} \mid f \in \Theta(R)\}.$$

M_r bezeichne den $\mathbb{C}$-Vektorraum der ganzen Modulformen auf $SL_2\mathbb{Z}$ vom Gewicht r, S_r den Teilraum der Spitzenformen von M_r. Wir fassen die Fourierentwicklungen der Elemente von M_r, S_r wahlweise als formale Potenzreihen in q auf und setzen:

$$M_r(R) = M_r \cap R[[q]],$$
$$M_r(R) \bmod \mathfrak{a} = \{\bar{f} \mid f \in M_r(R)\}.$$

Sinngemäß definieren wir $S_r(R)$ und $S_r(R) \bmod \mathfrak{a}$.

2. Reduktion modulo p

Ist K ein algebraischer Zahlkörper, $\mathfrak{P}$ ein Primideal in K mit $\mathfrak{P} \mid p$, so bezeichne $O_{\mathfrak{P}}$ den Ring der $\mathfrak{P}$-ganzen Zahlen in K; es sei $O_p = \bigcap_{\mathfrak{P} \mid p} O_{\mathfrak{P}}$, wo der Durchschnitt über alle Primideale $\mathfrak{P}$ aus K mit $\mathfrak{P} \mid p$ zu nehmen ist.

Proposition 1

$\Theta(O_p) \bmod p$ ist ein freier O_p/pO_p-Modul vom Rang $\frac{h(-p)+1}{2}$; genauer gilt:

a) $\overline{\Theta}_C$, $C \in H(I)$, ist eine Basis von $\Theta(O_p) \bmod p$,

b) Gilt $K \supseteq \bigcup_{\chi \in \hat{I}} \chi(I)$, so ist auch Θ_χ, $\chi \in H(\hat{I})$, eine Basis von $\Theta(O_p) \bmod p$.

Die Proposition gilt sinngemäß für $\Theta(O_{\mathfrak{P}}) \bmod \mathfrak{P}$ für jedes $\mathfrak{P} \mid p$.