Daneben gilt $\ell^t (M^A)^* \subseteq (M^*)^A$, wenn ℓ^t die Ordnung von A ist:
ist nämlich $y \in (M^A)^*$, $x \in M$, so haben wir
$\ell^t y \cdot x = (\sum_{i=1}^{\ell^t} A^i y) \cdot x = y \cdot \sum_{i=1}^{\ell^t} A^i x \in \mathbb{Z}$, denn
$\sum_{i=1}^{\ell^t} A^i x \in M^A$.

Aus $\ell^t (M^A)^* \subseteq (M^*)^A$ folgt nun $[(M^A)^* : (M^*)^A] = \ell^n$ für ein $n \geqq 0$, daher

$$d(Q^A) = [(M^A)^* : M^A] = [(M^A)^* : (M^*)^A] \times [(M^*)^A : M^A]$$
$$= \ell^n \times [(M^*)^A : M^A].$$

Die kanonische Abbildung $(M^*)^A / M^A \longrightarrow M^*/M$ ist aber injektiv, daher ist $[(M^*)^A : M^A]$ ein Teiler von $d(Q)$; $d(Q)$ und $d(Q^A)$ sind teilerfremd, sodaß $[(M^*)^A : M^A] = 1$ gelten muß.

Damit ist $d(Q^A) = \ell^n$.

Sei nun $n > 0$, sodaß insbesondere $d(Q) \not\equiv 0 \bmod \ell$ gilt:
ist $\lambda = y + M \in \Lambda = M^*/M$ und gilt $A\lambda = \lambda$, d.h. $Ay \equiv y \bmod M$, so ist einerseits $\sum_{i=1}^{\ell^t} A^i y \equiv \ell^t y \bmod M$, andererseits $\sum_{i=1}^{\ell^t} A^i y \in M^A \subseteq M$; daher ist $\ell^t y \equiv 0 \bmod M$, und wegen $[M^* : M] = d(Q) \not\equiv 0 \bmod \ell$ folgt $y \equiv 0 \bmod M$, d.h. $\lambda = 0$.

Ist daher $\langle A \rangle$ die von A erzeugte zyklische Gruppe der Ordnung ℓ^t, und bezeichnet $\langle A \rangle \backslash \Lambda$ die Menge der Bahnen in die Λ bzgl. der Operation von $\langle A \rangle$ zerfällt, so ist für jedes $B \in \langle A \rangle \backslash \Lambda$, $B \neq \{0\}$ nach bekannten Schlüssen: $\# B \equiv 0 \bmod \ell$.