4. Ist Q eine positive Form mit ganzzahligen Koeffizienten in einer geraden Anzahl r von Variablen, so setzen wir $\Lambda = M^*/\mathbb{Z}^r$, wo $M^* = \{y \in \mathbb{Q}^r \mid x.y \in \mathbb{Z}$ für alle $x \in \mathbb{Z}^r\}$ und $x.y = Q(x+y) - Q(x) - Q(y)$ ist. Λ ist eine endliche abelsche Gruppe der Ordnung $d(Q)$.

Sei $\mathbb{C}[\Lambda]$ der von (der Menge) Λ erzeugte freie $\mathbb{C}$-Modul. Bekanntlich gibt es eine Operation von $SL_2(\mathbb{Z})$ auf $\mathbb{C}[\Lambda]$ mit folgenden Eigenschaften:

Ist $S \in SL_2(\mathbb{Z})$, $\lambda \in \Lambda$ und

$$S\lambda = \sum_{\mu \in \Lambda} z_\mu \cdot \mu ,$$

so ist

$$\Theta_\lambda |_S = \sum_{\mu\in\Lambda} z_\mu \, \Theta_\mu ,$$

wo

$$\Theta_\lambda = \sum_{y\in\lambda} e^{2\pi i z Q(y)} , \quad \text{also } \Theta_0 = \Theta_Q ,$$

und $\Theta_\lambda |_S (z) = \Theta_\lambda \left(\frac{az+b}{cz+d}\right) \Big/ (cz+d)^{r/2}$ ist.

Dabei ist für $\lambda = x + \mathbb{Z}^r$:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \lambda = \frac{e^{-\pi i r/4}}{\sqrt{d(\Lambda)}} \sum_{\mu = y+\mathbb{Z}^r \in \Lambda} e^{2\pi i\, x.y}\, \mu ,$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \lambda = e^{2\pi i\, Q(x)}\, \lambda .$$

Daneben gibt es eine Operation der Automorphismengruppe $\mathfrak{A}$ von Q auf Λ:

Ist $\lambda = x + \mathbb{Z}^r \in \Lambda$, $A \in \mathfrak{A}$, so ist

$$A\lambda = Ax + \mathbb{Z}^r .$$

Diese Operation setzt sich in natürlicher Weise fort zu einer Operation von $\mathfrak{A}$ auf dem freien $\mathbb{C}$-Modul $\mathbb{C}[\Lambda]$.