Wir setzen für $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{\hat{r}} \end{bmatrix}$, wo $\hat{r} = 2e(Q)$;

$$Q_2(y) = \alpha_1 (y_1^2 + \dots + y_{\ell^{d_1}}^2) + \alpha_2 (y_{\ell^{d_1}+1}^2 + \dots + y_{\ell^{d_1}+\ell^{d_2}}^2) + \dots$$
$$\dots + \alpha_r (y_{\ell^{d_1}+\dots+\ell^{d_{r-1}}+1}^2 + \dots + y_{\hat{r}}^2).$$

Sei $d = \det(T) \times \{\text{Hauptnenner von } \alpha_1, \dots, \alpha_r\}$, sei

$$M = \Big\{ y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{\hat{r}} \end{bmatrix} \in \mathbb{Z}^{\hat{r}} \;\Big|\; y_1 \equiv \dots \equiv y_{\ell^{d_1}} \bmod d,\ y_{\ell^{d_1}+1} \equiv \dots \equiv y_{\ell^{d_1}+\ell^{d_2}} \bmod d, \dots$$
$$\dots, y_{\ell^{d_1}+\dots+\ell^{d_{r-1}}+1} \equiv \dots \equiv y_{\hat{r}} \bmod d$$
$$\text{und } \begin{bmatrix} y_1 \\ y_{\ell^{d_1}+1} \\ \vdots \\ y_{\ell^{d_1}+\dots+\ell^{d_{r-1}}+1} \end{bmatrix} \in T\mathbb{Z}^r \Big\};$$

M ist ein freier $\mathbb{Z}$-Modul vom Rang $\hat{r}$; wir wählen eine Basis $z_1, \dots, z_{\hat{r}}$ von M und setzen

$$\hat{Q}(y) = Q_2(\{z_1, \dots, z_{\hat{r}}\} y), \text{ für } y \in \mathbb{Z}^{\hat{r}}$$

wo $\{z_1, \dots, z_{\hat{r}}\}$ für die aus den Spalten $z_1, \dots, z_{\hat{r}}$ gebildete Matrix steht.

Wir definieren eine $\mathbb{Z}$-lineare Abbildung $M \to M$ durch

$$y_1 \mapsto y_2 \mapsto y_3 \dots \mapsto y_{\ell^{d_1}} \mapsto y_1,$$
$$y_{\ell^{d_1}+1} \mapsto y_{\ell^{d_1}+2} \dots \mapsto y_{\ell^{d_1}+\ell^{d_2}} \mapsto y_{\ell^{d_1}+1},$$
$$- \quad - \quad - \quad -$$
$$y_{\ell^{d_1}+\dots+\ell^{d_{r-1}}+1} \mapsto \dots \mapsto y_{\hat{r}} \mapsto y_{\ell^{d_1}+\dots+\ell^{d_{r-1}}+1};$$

sei A die Matrix dieser Abbildung bzgl. der Basis $z_1, \dots, z_{\hat{r}}$. Offenbar ist A ein Automorphismus von $\hat{Q}$ der Ordnung ℓ^d, wo $d = \max[d_1, \dots, d_r]$, und man sieht leicht, daß $\hat{Q}^A = Q$.