Für die ersten in Frage kommenden Primzahlen $\ell = 5, 7, 11$ erhält man z. B.:

- für $\ell = 5$

Es ist $E_4 \equiv 1 \bmod 5$; ist Q eine quaternäre Form der Stufe 5, Determinante 25, so ist $e(Q) = 6$, also $\Theta_Q \equiv E_6 \bmod 5$;

Also:

$$\tilde{M} = \widetilde{\Theta(5^\infty)} = F_5[\tilde{\Theta}_Q].$$

- für $\ell = 7$

$E_6 \equiv 1 \bmod 7$, $E_4 \equiv \Theta_{\left[\begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{smallmatrix}\right]} \bmod 7$,

also

$$\tilde{M} = \widetilde{\Theta(7^\infty)} = F_7[\widetilde{\Theta_{\left[\begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{smallmatrix}\right]}}].$$

- für $\ell = 11$

$E_6 \equiv \Theta_{\left[\begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6 \end{smallmatrix}\right]} \bmod 11$; $E_4 E_6 = E_{10} \equiv 1 \bmod 11$,

daher $E_4 \equiv E_6^{-1} \equiv \Theta_{\left[\begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6 \end{smallmatrix}\right]}^{-1} \bmod 11$,

also

$$\tilde{M} = \widetilde{\Theta(11^\infty)} = F_7\left[\widetilde{\Theta_{\left[\begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6 \end{smallmatrix}\right]}}, \frac{1}{\widetilde{\Theta_{\left[\begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 6 \end{smallmatrix}\right]}}}\right].$$

Unmittelbar mit dem oben schon erwähnten Ergebnis von Swinnerton-Dyer:

$$\tilde{M} = \bigoplus_{t \bmod \ell-1} \tilde{M}^t, \quad \tilde{M}^t = \bigcup_{k \equiv t \bmod \ell-1} \tilde{M}_k.$$

erhalten wir noch das

<u>Korollar 2</u>

<u>$\widetilde{\Theta(\ell^\infty)}$ ist eine $\mathbb{Z}/(\ell-1)\mathbb{Z}$ – graduierte Algebra</u>:

$$\widetilde{\Theta(\ell^\infty)} = \bigoplus_{e \bmod \ell-1} \widetilde{\Theta(\ell^\infty)}^e,$$

<u>wo</u> $\widetilde{\Theta(\ell^\infty)}^e$ <u>den von allen</u> $\tilde{\Theta}_Q$ <u>mit</u> $e(Q) \equiv e \bmod \ell-1$ <u>erzeugten F_ℓ-Modul bezeichnet.</u>