insbesondere

$$e(Q) = \frac{1}{2}\{\ell^{d_1} + \dots + \ell^{d_r}\}.$$

Man rechnet leicht nach, daß $r(Q)$ eine gerade Zahl ist (denn die Determinante einer symetrischen Matrix mit ganzzahligen Komponenten, geraden Diagonalelementen und einer ungeraden Anzahl von Zeilen und Spalten ist stets eine gerade Zahl), und daß

$$e(Q) \equiv \begin{cases} \dfrac{r(Q)}{2} \mod \ell-1 & \text{— falls } d(Q) \text{ eine Quadratzahl ist} \\[2ex] \dfrac{r(Q)+\ell-1}{2} \mod \ell-1 & \text{— falls } d(Q) \text{ keine Quadratzahl ist} \end{cases}$$

Es ist bekannt, daß $(-1)^{r/2}\, d(Q) \equiv 1 \mod 4$ ist, also $r \equiv 0 \mod 4$, falls $d(Q)$ eine Quadratzahl ist, und $r \equiv 2 \mod 4$, $\ell \equiv 3 \mod 4$ bzw. $r \equiv 0 \mod 4$, $\ell \equiv 1 \mod 4$ andernfalls, sodaß in jedem Fall $e(Q)$ eine gerade Zahl ist.

Ist $f(z)$ eine Modulform der Stufe 1, so fassen wir $f(z)$ wahlweise als formale Potenzreihe in $q = e^{2\pi i z}$ auf, sodaß Aussagen wie „$\Theta_Q \equiv f \mod \ell^n$" einen Sinn erhalten (in diesem Fall also: $\Theta_Q - f \in \ell R [[q]]$, wenn R den von den Fourierkoeffizienten von f über $\mathbb{Z}$ erzeugten Ring bezeichnet).

Es gilt nun

<u>Satz</u>

<u>Es gibt eine Modulform f der Stufe 1, vom Gewicht $e(Q)$ und mit ganzen rationalen Fourierkoeffizienten, sodaß</u>

$$\Theta_Q \equiv f \mod \ell$$

<u>gilt.</u>