

**Aufgabe 1:** Bestimmen Sie experimentell den Prozentsatz der Polynome in  $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ , die irreduzibel sind.

**Aufgabe 2:** Beweisen Sie, dass  $f(x) := x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 25x + 5$  in  $\mathbb{Q}[x]$  irreduzibel ist. (Hinweis: betrachten Sie die Reduktion von  $f$  modulo 5 und schliessen sie auf die Gestalt der potentiellen Faktoren von  $f$ .)

**Aufgabe 3:** Zeigen Sie, dass  $\det \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$  in  $\mathbb{C}[x, y, z, w]$  irreduzibel ist.

**Aufgabe 4:** Sei  $I$  das von 2 und  $x^2 + x + 1$  in  $\mathbb{Z}[x]$  erzeugte Ideal. Zeigen Sie, dass die Polynome  $ax + b$  ( $0 \leq a, b \leq 1$ ) ein vollständiges Repräsentantensystem für  $\mathbb{Z}[x]/I$  bilden. Zeigen Sie damit, dass  $\mathbb{Z}[x]/I$  ein Körper ist.

**Aufgabe 5:** Finden Sie mittels SAGE zehn paarweise nicht assoziierte irreduzible Polynome in  $\mathbb{Q}[x]$  vom Grad 5.