

Aufgabe 1: Bestimmen Sie experimentell den Prozentsatz der Polynome in $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$, die irreduzibel sind.

Aufgabe 2: Beweisen Sie, dass $f(x) := x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 25x + 5$ in $\mathbb{Q}[x]$ irreduzibel ist. (Hinweis: betrachten Sie die Reduktion von f modulo 5 und schliessen sie auf die Gestalt der potentiellen Faktoren von f .)

Aufgabe 3: Zeigen Sie, dass $\det \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ in $\mathbb{C}[x, y, z, w]$ irreduzibel ist.

Aufgabe 4: Sei I das von 2 und $x^2 + x + 1$ in $\mathbb{Z}[x]$ erzeugte Ideal. Zeigen Sie, dass die Polynome $ax + b$ ($0 \leq a, b \leq 1$) ein vollständiges Repräsentantensystem für $\mathbb{Z}[x]/I$ bilden. Zeigen Sie damit, dass $\mathbb{Z}[x]/I$ ein Körper ist.

Aufgabe 5: Finden Sie mittels SAGE zehn paarweise nicht assoziierte irreduzible Polynome in $\mathbb{Q}[x]$ vom Grad 5.