

Aufgabe 1: Zeigen Sie die folgenden Identitäten in einem beliebigen Ring R :

1. $0a = 0$
2. $-a = (-1)a$
3. $(-a)b = -(ab)$

Aufgabe 2: Zeigen Sie, dass $\cos(2\pi/n)$ für alle ganzen Zahlen n eine algebraische Zahl ist.

Aufgabe 3: Beschreiben Sie in jedem Ring die Einheitengruppe:

1. $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$
2. $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$
3. $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$
4. $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$

Aufgabe 4: Bestimmen Sie (mittels SAGE) alle Polynome vom Grad ≤ 3 mit Koeffizienten in $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$, die keine Nullstelle in $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ haben. Bestimmen Sie (mittels SAGE) alle Polynome vom Grad ≤ 3 mit